

DEL I: Bildkonst & Matematik

Ålder: 16 –18

UPPGIFT 10: MÖNSTER I PORTUGISISKA TROTTOARER

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino

“Cobblestone Floor”
(Source: Photo by Magda Ehlers from Pexels)



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: Mönster i portugisiska trottoarer

Ålder: 16 –18 år

Längd: 2 timmar

Matematikinnehåll: Isometrier och mönster

Konstinnehåll: Portugisiska trottoarer och mönster

Övergripande mål: Känna igen olika slags monster och symmetrier

Instruktioner: Förutom att förklara teorin, är det viktigt att använda videor och arbeta med symmetrier i Geogebra för att bättre förstå innehållet.

Resurser: Dator med internetanslutning; Tillgång till webbplatsen:

<https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc>

Tips till läraren: Börja med att förklara teorin och använd om möjligt bilder och videor för en effektiv förklaring. Demonstrera/utarbete några symmetrier och/eller mönster med Geogebra för en bättre förståelse av innehållet och för att eleverna ska kunna lösa övningarna själva efteråt.

Learning Outcomes and Competencies:

I slutet av lektionen skall eleven kunna:

- Känna igen och skapa flera symmetrier
- Känna igen och skapa flera mönster

Utvärdering:

Skriv 3 saker du tyckte om	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som kan förbättras	1.

Inledning

Många offentliga och privata trottoarer i de portugisiska städerna täcks av ett lager av små stenar, vanligtvis svartvit kalksten med oregelbunden form. Dessa bildar dekorativa mönster eller mosaiker genom färgkontrast. Denna typ av beläggning kallas portugisisk trottoar.

Oavsiktligt kliver vi på matematik, eftersom vi i denna typ av trottoar lätt kan hitta symmetrier, reflexioner, rotationer och förflyttningar. Matematiken uppmanar till repetition i en eller flera riktningar, i friser eller tapetmönster. På portugisiska trottoarer finns det exempel på rosetter och plana figurer där antalet symmetrier är begränsat (rotationer eller reflexioner). Dessutom finns det en fast punkt i planet i alla symmetrier i figuren.

Det finns bara sju olika typer av friser och 17 olika typer av mönster. I Lissabon, antagligen staden där den portugisiska trottoaren skapades, är det möjligt att hitta alla de 7 friserna och 12 av de 17 mönstren. På Azorerna finns det två städer där de sju typerna av friser finns. Det är Ponta Delgada och Angra do Heroísmo, som kallas "De sju frisernas stad."

Mönster i portugisiska trottoarer



Fig. 1 – Portugisisk trottoar

(Källa: Foto av Silas Camargo Silão from Pixabay. Hämtad från:
[https://pixabay.com/pt/photos/cal%C3%A7ada-piso-ch%C3%A3o-pedra-1842527/\(11/07/2019\)\)](https://pixabay.com/pt/photos/cal%C3%A7ada-piso-ch%C3%A3o-pedra-1842527/(11/07/2019)))

4

I många portugisiska städer täcks fortfarande gatorna och trottoarerna av ett lager av små stenar, vanligtvis svartvit kalksten med oregelbunden form. Dessa bildar dekorativa mönster eller mosaiker genom färgkontrast. Denna typ av beläggning kallas portugisisk trottoar.

Denna typ av trottoarer kan ha uppstått i Portugal omkring 1500, men de portugisiska trottoarerna, med andra ord, det dekorativa trottoarer som vi känner till idag, började antagligen anläggas i mitten av 1800-talet.

Vid den tiden ledde generallöjtnant och ingenjör, Eusébio Furtado, konstruktionen av trottoaren vid militärkvarteret för femte jägarbataljonen, i slottet i Saint Jorge, med hjälp av fångarna från fängelset i Limoeiro. Nu dök det första dekorativa golvet upp, som visade en sicksack med stor visuell effekt.

Efter framgången med denna trottoar förvandlades hela området i Praça do Rossio (nästan 9000 m²) till portugisisk trottoar, följt av många andra trottoarer i Lissabon. Efter några år förvandlade andra portugisiska städer sina trottoarer till portugisiska trottoarer, följt av andra portugisisktalande länder och senare andra länder.

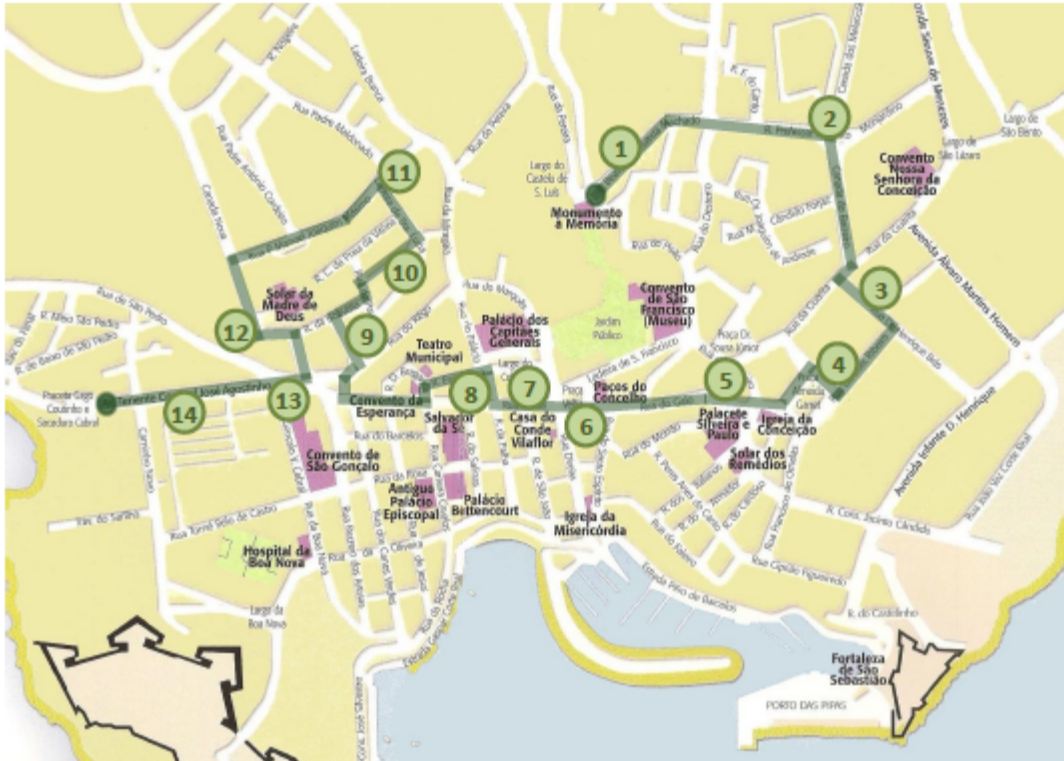


Fig. 2 – Guide till friser i Angra do Heroísmo

(Källa: Teixeira, R. C. (2013). *Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo*. Hämtad från: <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

Arbetarna som är specialiserade på anläggning av denna typ av trottoar kallas hantverksmästare och i deras arbete är det vanligt att hitta teman som "Mar Largo" (stora havet), som används i Praça do Rossio och i Copacabanas trottoar. Man kan också se karaveller, blommor etc.

Den portugisiska trottoaren är mycket rik på matematiska begrepp som symmetrier, reflektioner, rotationer och förflyttningar. Man kan ofta hitta rosetter, friser och mönster i dessa trottoarer.

Ordlista

Portugisisk trottoar: Trottoar som är resultatet av beläggning med stenar, vanligtvis med svart och vit kalksten av oregelbunden form, som bildar dekorativa mönster eller mosaiker genom färgkontrast.

Kalksten: En sedimentär bergart.

“Mar largo” (Stora havet): Mönster som imiterar tidvattnets och vågornas rytm.

Matematiken bakom mönster i portugisisk trottoar

Den portugisiska trottoaren är rik på rosetter, mönster och friser, så innan vi tar upp dessa begrepp är det nödvändigt att göra en liten genomgång av isometrier.

En **isometri** är en geometrisk transformation som bevarar avståndet mellan punkter, vilket innebär att den initiala figuren och dess transformerade är kongruenta.

Isometrier i ett plan är **förflyttningar**, **rotationer**, **reflektioner** och **glidreflektioner**.

När bilden av en figur, genom en isometri som skiljer sig från identiteten, matchar med den ursprungliga figuren, då har denna figur symmetri. Det finns en symmetri för var och en av de fyra isometrierna.

Typer av symmetri:

En plan figur kan ha:

- **Reflektionssymmetri**, om det finns en **reflektion** som gör den invariant;
- **Rotationssymmetri**, om det finns en **rotation** som gör den invariant;
- **Förflyttningssymmetri**, om det finns en **förflyttning** som gör den invariant;
- **Glidreflektionssymmetri**, om det finns en **reflektion** som gör den invariant.

En fris är en plan figur som har en oändlighet av förflyttningssymmetrier. Alla vektorer som är förknippade med dessa förflyttningar har samma riktning och de är heltalsmultiplar av en bestämd icke-nollvektor \vec{u} .

Obs: De återstående symmetrierna för en fris kan vara rotationerna i en 180° vinkel (halvt varv), reflektioner eller glidreflektioner i förhållande till en parallell linje till \vec{u} .

Det finns bara sju distinkta sätt att upprepa ett motiv i en fris, genom att ta till de fyra typerna av symmetri (översättningssymmetri, rotationssymmetri [i en 180° vinkel], reflektionssymmetri och glidreflektionssymmetri).

Man kan identifiera vilken grupp som frisen tillhör genom några frågor. Figur 3 visar en algoritm som användes för att bestämma symmetrigruppen för friserna beträffande de 7 grupperna av friser.

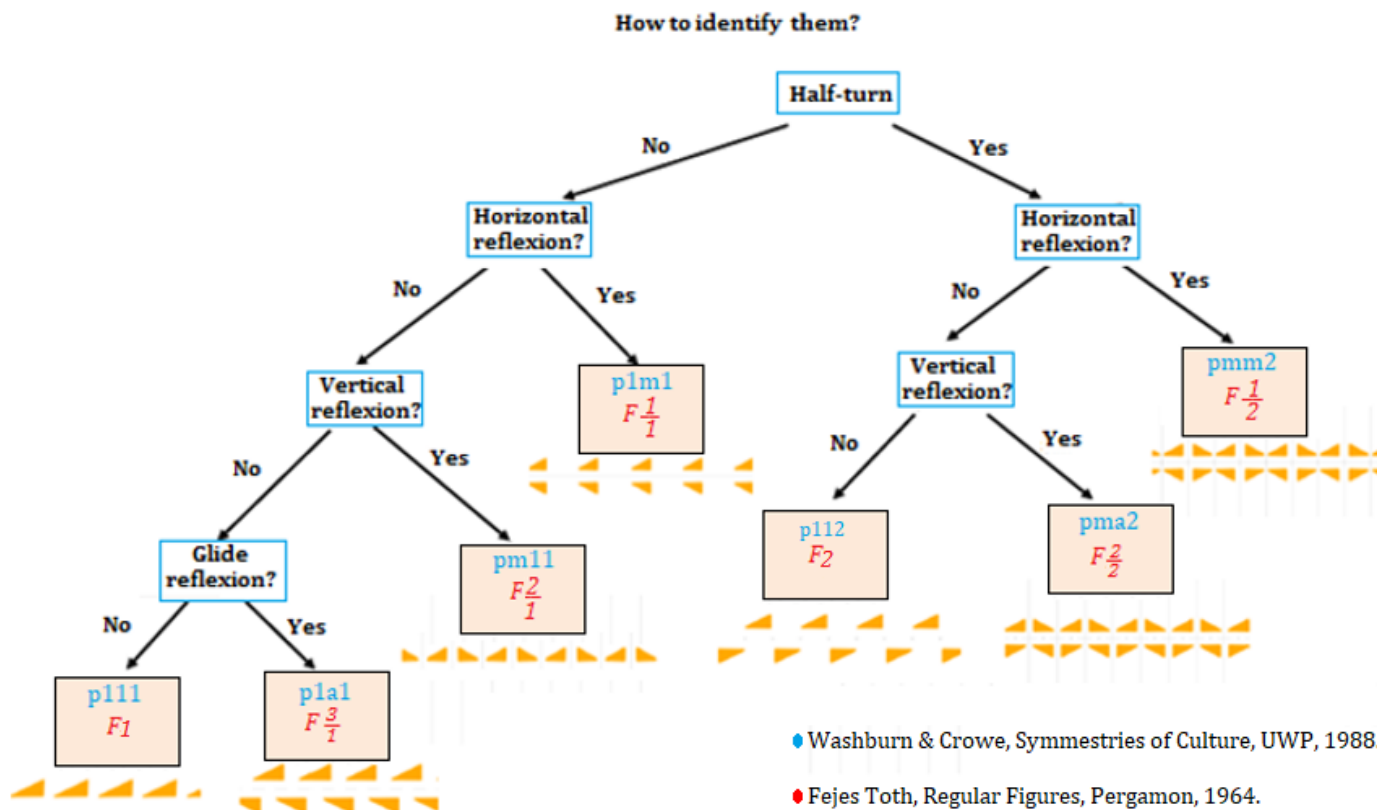


Fig. 3 – Sju slags friser

(Källa: Teixeira, R. C. (2013). Os sete grupos de frisos. Hämtad från: http://sites.uac.pt/rteixeira/files/2013/07/Fluxograma_Frisos_final.pdf (11.07.2019))

Här visas ett exempel på var och en av de sju grupperna som finns i trottoarerna i staden Angra do Heroísmo:

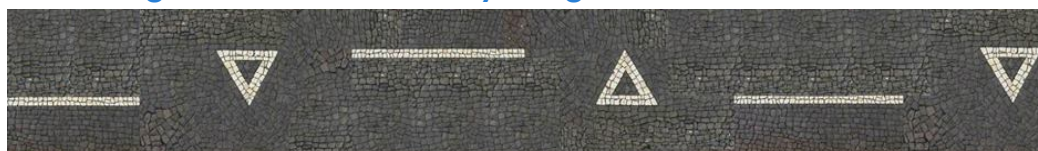
1. Fris med enbart förflyttning:



Fig. 4 – Fris i trottoar i Largo do Colégio

(Källa: Teixeira, R. C. (2014, July 14). Os sete tipos de frisos em calçada de Angra do Heroísmo. Hämtad från: <https://cienciapatodos.webnode.pt/news/os-sete-tipos-de-frisos-em-cal%C3%A7ada-de-angra-do-heroismo/> (11/07/2019))

2. Fris med glidreflektion och förflyttning:



Frieze
p1a1
 $F_{\frac{3}{1}}$

Fig. 5 – Fris i Rua da Queimada

(Källa: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. Hämtad från: <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

3. Fris med vertikal reflektion och förflyttning:



Frieze
pm11
 $F_{\frac{2}{1}}$

Fig. 6 – Fris i Rua de Cima de Santa Luzia

(Källa: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. Hämtad från: <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

4. Fris med horisontell reflektion och förflyttning:



Frieze
p1m1
 $F_{\frac{1}{1}}$

Fig. 7 – Fris i trottoar i Largo do Colégio

(Källa: Teixeira, R. C. (2014, July 14). Os sete tipos de frisos em calçada de Angra do Heroísmo. Hämtad från: <https://cienciapadados.webnode.pt/news/os-sete-tipos-de-frisos-em-cal%C3%A7ada-de-angra-do-heroismo/> (11/07/2019))

5. Fris med en 180° rotation (halvt varv) och förflyttning:



Frieze
p112
 F_2

Fig. 8 – Fris i Rua de São João

(Källa: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. Hämtad från: <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

6. Fris med en 180° rotation (halvt varv), en vertikal reflektion, en glidreflektion och förflyttning:



Frieze
pma2
 F_2^2

Fig. 9 – Fris i Avenida Tenente Coronel José Agostinho

(Källa: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. Hämtad från: <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

7. Fris med en 180° rotation (halvt varv), en horisontell reflektion, en glidreflektion och förflyttning:



Frieze
pmm2
 F_2^1

Fig. 10 – Fris i Rua da Conceição

(Källa: Teixeira, R. C. (2014, July 14). Os sete tipos de frisos em calçada de Angra do Heroísmo. Hämtad från: <https://cienciapatodos.webnode.pt/news/os-sete-tipos-de-frisos-em-cal%C3%A7ada-de-angra-do-heroismo/> (11/07/2019))

10

Detta gör att man förstår varför Angra do Heroísmo kallas "de sju frisernas stad". Detta arv i trottoarerna stimulerar matematisk turism.

UPPGIFTER

UPPGIFT 1

I figuren nedan finns en av friserna



Fig. 11 – Fris

(Källa: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

1.1. Vilken isometri gör att motiv I blir motiv II?

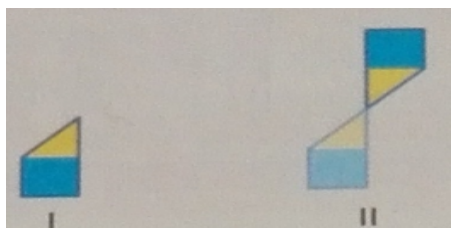


Fig. 12 – Frisers motiv

(Källa: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

11

1.2. Vilken av vektorerna som representeras i figuren nedan matchar förflyttningar som gör frisen invariant?

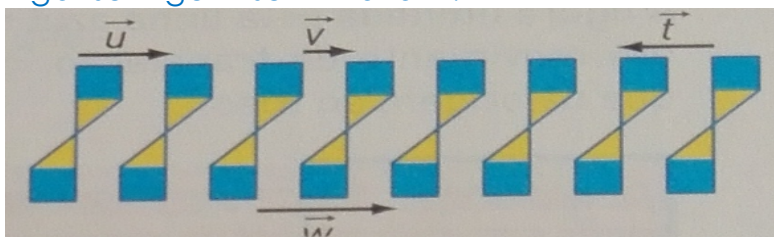


Fig. 13 – Fris

(Källa: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

UPPGIFT 2

Identifiera symmetrierna som finns i var och en av följande friser:

2.1.



Fig. 14 – Fris

(Källa: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

2.2.

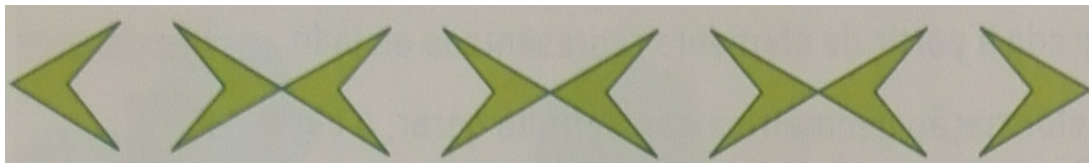


Fig. 15 – Fris

(Källa: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

2.3.



Fig. 16 – Fris i Rua Dr. Henrique Braz

(Source: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. Retrieved from: <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

UPPGIFT 3

Använd motivet nedan för att skapa en fris som har symmetrin "horisontell reflektion".

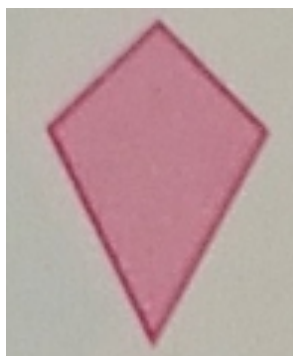


Fig. 17 – Frisens motiv

(Källa: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

12

UPPGIFT 4

Identifiera isometrierna som gör frisen invariant för var och en av de fyra frisererna som visas nedan.

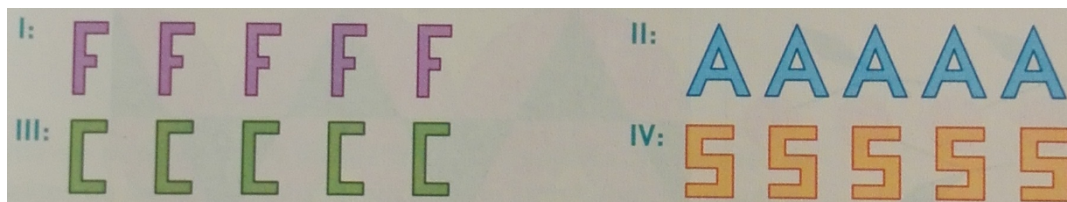


Fig. 18 – Friser

(Källa: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

LÄR DIG MER...

Det portugisiska trottoarens ursprung och dess första exempel

<https://getlisbon.com/discovering/origins-of-the-portuguese-pavement/>

Transformationer, kongruens och likhet

<https://www.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence>

Frismönster

https://www.youtube.com/watch?list=PLkTaxm2IKUGgphZsrNr3PQTRsf7t7Gm_k&v=2bAbueWC0Q8 och <https://www.youtube.com/watch?v=524gLKdaMzM>

Frisens matematik

http://www.mathematicsinthemaking.eu/fileadmin/media/Output/Material_for_activities/14_12_08The_mathematics_of_friezes_explained_logos.pdf

13

Utforska symmetri med GeCla – Generator and Classifier Programme

<http://www.atractor.pt/mat/GeCla/index-en.html>

Utforska isometri och mönster med Geogebra

<https://www.geogebra.org/classic>