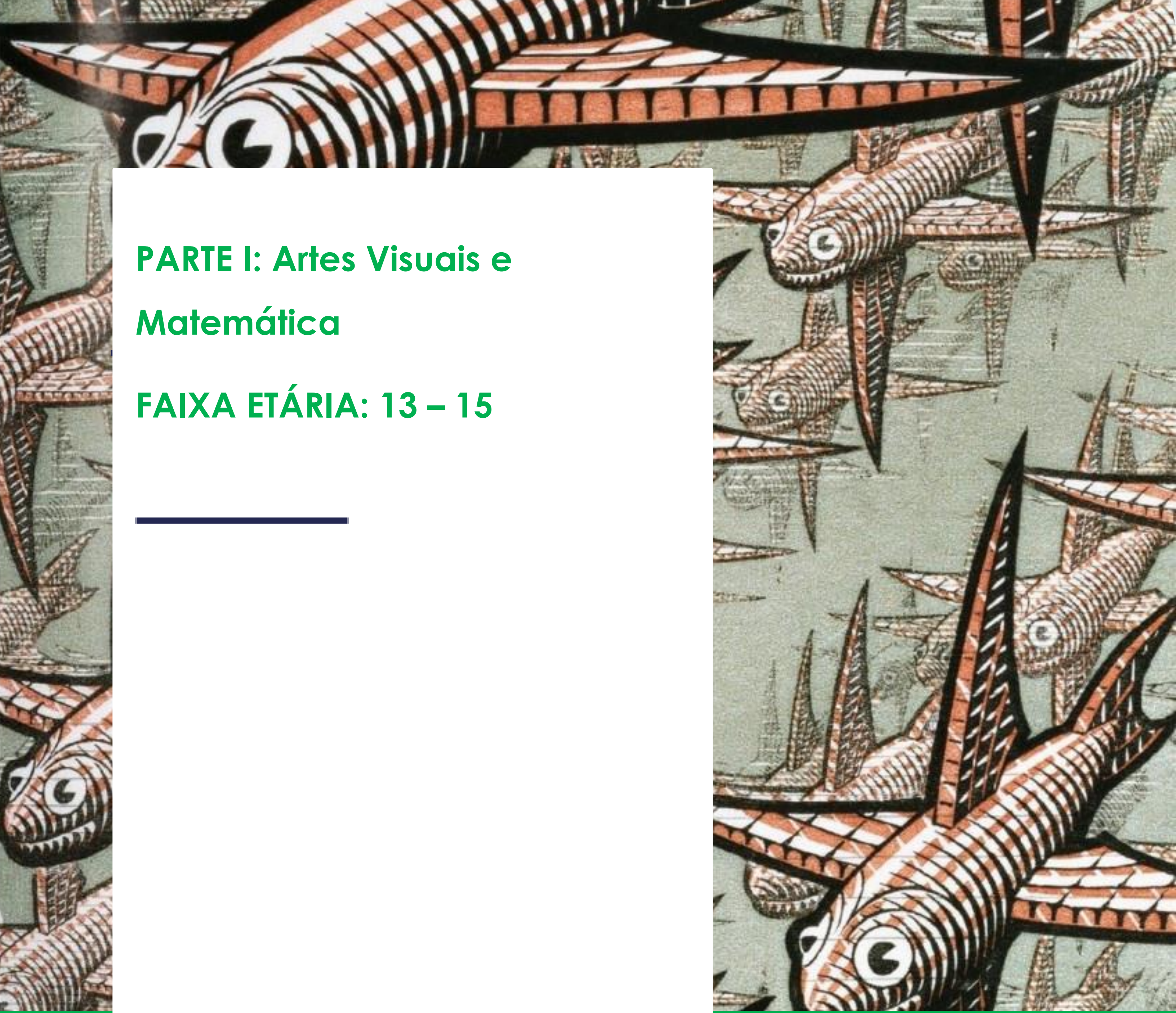


PARTE I: Artes Visuais e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 13 – 15

UNIDADE 6: A ARTE MATEMÁTICA DE M.C. ESCHER

C.I.P. Citizens In Power

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Guia do Professor

Título: A Arte Matemática de M.C. Escher: uma retrospetiva no trabalho de Escher numa perspetiva matemática

Faixa Etária: 13 – 15 anos

Duração: 3 horas (Nota: é uma unidade dupla, por isso conta como duas unidades)

Conceitos matemáticos: divisão regular de um plano cartesiano; simetria; translação; reflexão e rotação; sólidos platónicos

Conceitos artísticos: xilogravura; linogravura; azulejos; mosaicos; pavimentos; motivos; litografia

Objetivos Gerais:

- os estudantes compreenderem a maneira pela qual o famoso artista M.C Escher se baseou em teorias e conceitos matemáticos de modo a serem capazes de representar, até mesmo artisticamente, as ilustrações geométricas que caracterizaram o seu trabalho.
- os estudantes tornarem-se capazes de compreender a transição da geometria plana para a estereometria, abordando assim quaisquer dificuldades durante o processo de desenho de sólidos no plano cartesiano, como o cubo, o paralelepípedo, os prismas e os sólidos platónicos.

Instruções e Metodologias: após discutir a vida de Escher principalmente pelas suas obras de arte, esta unidade pode ilustrar a concretização da conceção e ilustração do plano, através da aplicação das duas tarefas sugeridas.

Dicas para o professor: o professor pode começar a introduzir progressiva e intuitivamente os conceitos básicos de matemática enquanto apresenta as obras de arte de Escher. Posteriormente, o professor deve explicar aos alunos as teorias e conceitos matemáticos analisados na secção "A matemática por trás de M.C. Escher".

Recursos: esta unidade fornece fotos e vídeos das obras de arte de Escher. Também inclui exemplos animados de terminologias, referências e algum material extra.

O apoio da Comissão Europeia à produção desta publicação não constitui um aval do seu conteúdo, que reflete unicamente o ponto de vista dos autores, e a Comissão não pode ser considerada responsável por eventuais utilizações que possam ser feitas com as informações nela contidas.

Objetivos de aprendizagem e competências: no final desta unidade, o aluno:

(i) será capaz de compreender a maneira pela qual Escher adota uma perspetiva matemática a fim de conceber as suas obras, investigando, assim, fronteiras comuns da arte e da ciência.

(ii) terá ganho um melhor entendimento do modo como os sólidos tridimensionais são representados num plano, tendo assim adquirido uma capacidade de perceber e representar claramente o conceito de espaço tridimensional.

Discussão e avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado nesta atividade	1. 2. 3.
Indique 2 aspetos que tenha aprendido	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar	1.

O apoio da Comissão Europeia à produção desta publicação não constitui um aval do seu conteúdo, que reflete unicamente o ponto de vista dos autores, e a Comissão não pode ser considerada responsável por eventuais utilizações que possam ser feitas com as informações nela contidas.

Introdução

Embora a perspetiva matemática do artista holandês M.C. Escher seja amplamente conhecida, apenas uma pequena minoria daqueles que o admiram se rendeu à sua paixão pelo lado matemático das suas criações. Escher tinha, inevitavelmente, interagido com os matemáticos: primeiro compreendendo e, posteriormente, adotando formas matemáticas, com o objetivo de incorporá-las nas suas obras de arte. Escher aplicou principalmente representações geométricas, como nenhum outro artista fez após o Renascimento, abordando até mesmo conceitos matemáticos abstratos através de metáforas visuais. Escher também insistiu na representação do infinito depois de levar a cabo a sua própria investigação matemática sobre teorias relacionadas com este, estabelecendo deste modo uma comunicação e entendimento com matemáticos de renome, como Pólya, Penrose e Coxeter, que muitas vezes foram estimulados a novos desenvolvimentos teóricos e descobertas, inspirados pela maneira alternativa introduzida por Escher ao abordar objetos matemáticos.

Obras de Arte Matemáticas de M. C. Escher

M.C. Escher nasceu em Leeuwarden e cresceu em Arnhem, na Holanda. Ele veio de uma família de cientistas; o seu pai era um engenheiro civil, enquanto os seus quatro irmãos tinham todos formação científica. Como Schattschneider descreve no seu trabalho de pesquisa sobre Escher, "a atmosfera familiar pode ter incutido nele alguns hábitos de investigação científica, incluindo a abordagem paciente e metódica que, mais tarde, caracterizaria o seu trabalho. Além disso, os jovens rapazes [Escher e os seus irmãos] receberam lições regulares sobre técnicas de trabalho em madeira que mais tarde se tornaram muito úteis para Escher na confeção de xilogravuras"

Figura 1 – Skull, 1919 ou 1920; da coleção de xilogravuras e gravuras em madeira de Escher. Primeiros trabalhos, 1916-1921 (**Retirado de**:: http://www.eschersite.com/EscherSite/Basalt_Rocks_Escher_31.html)

A sua vida escolar pode ter sido menos útil do que a sua vida familiar. Recordando os seus anos de escola, Escher uma vez confessou: "Eu era um aluno com muitas dificuldades em aritmética e álgebra, e ainda tenho uma grande dificuldade com as abstrações de figuras e letras. Eu era um pouco melhor em geometria sólida porque atraía a minha imaginação, mas mesmo nessa disciplina eu nunca me destaquei muito na escola" [1, p. 15]. Apesar dele ser bom em desenho, o seu professor de arte do ensino médio incentivou-o a fazer linoleogravuras" (Schattschneider, 2010).

Figura 2 – Do lado esquerdo para o lado direito: (i) "Head of a Child", linoleogravura em verde, 1916, 89 mm x 114 mm; (ii) "The Rag Pickers", linóleo em preto, vermelho-vinho e roxo, 1918, 160 mm x 200 mm; iii) "Parrot", linóleo, 1919, 166mm x 275mm (**retirado d**e: https://www.mcescher.com/gallery/)

Escher foi admitido em Arquitetura na Escola de Arquitetura e Artes Decorativas de Haarlem; no entanto, foi o seu professor, Samuel Jessurun de Mesquita, que logo o incentivou a mudar para um curso de design gráfico. Depois de se formar, em 1922, Escher viajou pela Itália e Espanha, onde se concentrou na representação de paisagens, edifícios, bem como em alguns aspetos da natureza. Durante a sua viagem a Alhambra (Granada, Espanha), Escher inspirou-se na geometria estética que decorava azulejos com a técnica majólica, e particularmente na forma como os azulejos eram produzidos nesta área, tendo, consequentemente, desenhado algumas das suas coleções.

Assim, em 1920 e como descreve Schattschneider, M.C. Escher "produziu alguns "mosaicos" periódicos com uma forma única, alguns deles estampados à mão em seda. Ao contrário da cerâmica Mourisca que sempre teve formas geométricas, as formas das cerâmicas de Escher (que ele chamou de "motivos") tinham que ser reconhecíveis (no que diz respeito ao seu contorno) como criaturas, mesmo que apenas imaginárias. Estas primeiras tentativas mostram que ele entendeu (intuitivamente, pelo menos) como utilizar congruências básicas - preservando transformações: translações, meia-volta (rotações de 180°), reflexões e reflexões deslizantes - para produzir os seus mosaicos" (Schattschneider, 2010).

Figura 3 – Pavimentação Mourisca de Alhambra que inspirou o trabalho de Escher no revestimento de um plano.

Depois de se casar em 1924, continuou a fazer viagens no sul da Itália com o objetivo de aplicar alguns elementos de design nos seus projetos de litografias e xilogravuras; em 1936, devido à ascensão do fascismo italiano, decidiu mudar-se

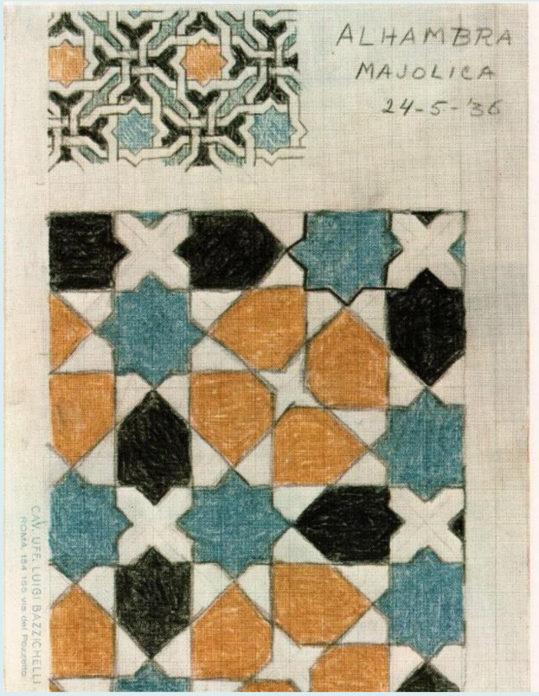


Figura 4 – Esboços de Escher (1936), após influências da técnica da majólica em Alhambra, utilizando caneta e marcadores coloridos *(Fonte: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)*

com sua família para a Suíça. Numa de suas viagens de família em Alhambra, Escher esboçou uma composição baseada na técnica da majólica de Alhambra. Esta foi a segunda vez em que Escher visitou Alhambra podendo, este momento, ser considerado como um ponto de viragem no seu trabalho, quer em relação ao seu estilo, quer em às áreas temáticas em que se tinha inspirado. Este facto pode ser atribuído à substituição das "paisagens" esboçadas, resultantes de várias influências da natureza, animais e arquitetura de "paisagens mentais", focando mais na relação geométrica dos motivos entre eles e em maneiras de criar desenhos simétricos de motivos interligados.

Figura 5 –Aquarelas de Escher que exibem a noção de 'simetria' através de desenhos simétricos de motivos entrelaçados (1938-1950) (Retirado de: https://www.mcescher.com/gallery/symmetry/)

Por outras palavras, Escher começou a converter as invenções da sua imaginação, enquanto experienciava uma necessidade interior de continuar a estudar teorias cientificamente comprovadas da matemática, geologia e cristalografia. Ao que parece, os desenhos geométricos mauritanos, que por motivos religiosos eram completamente ausentes de toda e qualquer forma humana, atraíram-no profundamente; teoricamente, tais desenhos poderiam continuar "até ao infinito".

Assim, a partir deste período, as ilustrações de Escher baseiam-se principalmente em figuras geométricas; ele faz uso de contradições, enquanto as suas gravuras aproximam-se de um "tempo e espaço infinitos".

Simetria e Sólidos Platónicos

Escher trabalhou principalmente com simetrias, anéis e esferas no espaço, imagens refletidas, inversões, rotações, relatividades, bem como com a colisão entre o plano e o espaço. Frequentemente incorporou objetos tridimensionais, os chamados sólidos platónicos, como cubos e tetraedros, nas suas obras de arte. Também usou cilindros e poliedros estrelados; em muitas ocasiões, fazia combinações de formas bidimensionais com formas tridimensionais, focando o conceito da dimensionalidade. O seu trabalho despertou, assim, o interesse de matemáticos de renome, como, por exemplo, Doris Schattschneider e Roger Penrose, ambos focados em distorções geométricas.

Por exemplo, na sua obra "Waterfall" (1961) podemos observar dois poliedros compostos, nomeadamente um composto de três cubos e um dodecaedro rômbico estrelado, ambos localizados no topo de um edifício "impossível" (Figura 6). O dodecaedro rômbico passou a ser amplamente conhecido como "sólido de Escher", que também havia sido usado no seu trabalho "Stars" (1948), no qual são ilustrados todos os cinco sólidos platónicos, em combinação com outros sólidos estrelados que representam estrelas (Figura 6).

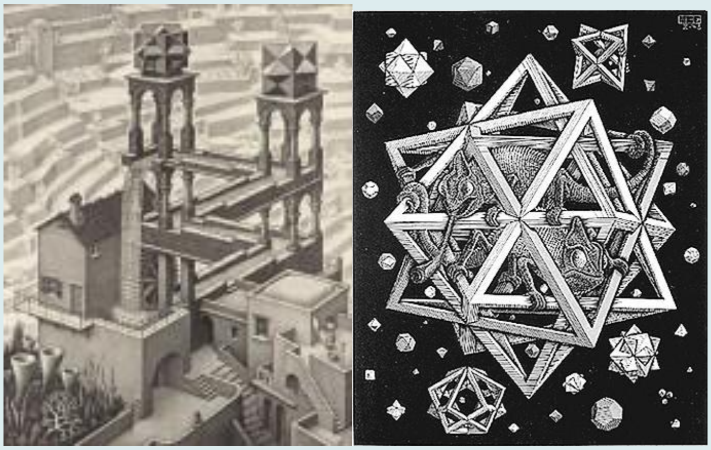


Figura 6 – Do lado esquerdo: "Waterfall" (1961), litografia; do lado direito: "Stars" (1948), gravura em madeira
(**Retirado de**: https://www.mcescher.com/gallery/impossible-constructions/)

Figura 7 – Obras derivadas da coleção matemática de Escher, na qual ele empregou figuras estereométricas, como anéis e esferas, através de uma colisão entre o plano e o espaço. De cima para baixo, da esquerda para a direita: (i) "Stars" (1948), gravuras em madeira a cores; (ii) "Concentric Rinds (1953), gravura em madeira (preto e branco); (iii) "Sphere Spirals" (1958), Xilogravuras em cinzento, preto, amarelo e rosa, impresso em 4 blocos; (iv) "Sphere surface with fish" (1958), xilogravura em cinzento, dourado e castanho avermelhado, impressa em 3 blocos; (v) "Mobius Strip II" (1963), xilogravura em vermelho, preto e verde cinzento, impressa em 3 blocos; (vi) "Knots" (1965) xilogravura em vermelho, verde e castanho, impressa em 3 blocos
(**Retirado de**: https://wwww.mcescher.com/gallery/mathematical/)

A “Divisão Regular de um Plano” nos padrões matmeáticos

Escher tornou-se, no entanto, famoso pela divisão regular do plano, juntamente com a sua conhecida pavimentação. A pavimentação de uma superfície plana é o recobrimento de uma superfície plana tendo como base formas geométricas que não se sobrepõem nem deixam espaços. Ao que parece, Escher foi fortemente influenciado pela definição do matemático Haag de "divisão regular de um plano":

“Divisões regulares do plano consistem em polígonos convexos congruentes unidos entre si; a disposição pela qual os polígonos se unem é igual (ao longo de uma composição)".

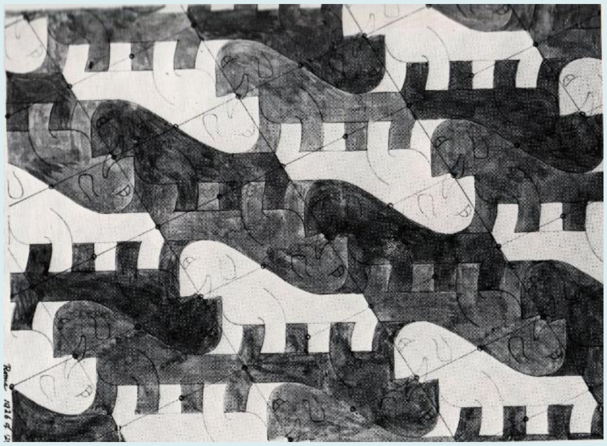


Figura 8 – Primeira tentativa de Escher (1926 ou 1927) de manter uma divisão regular do plano, utilizando animais imaginários (**Retirado de**: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

A Criação de “Metamorfoses” através do uso de pavimentações

Nesta secção vamos discutir o processo de "metamorfose", uma parte integrante das criações de Escher, bem como o modo que ele usava para aplicar as “pavimentações” com o objetivo de manter uma "metamorfose". Numa primeira instância, é possível notar que Escher usava as "pavimentações" como um passo intermediário, e não como um tema principal nas suas obras de arte. As metamorfoses eram conseguidas através da transição gradual de figuras e formas abstratas para formas concretas estritamente delineadas, que, posteriormente, se transformavam em algo diferente. Alguns exemplos da fase intermediária, nomeadamente a "fase da pavimentação", juntamente com a obra final, são apresentadas abaixo:

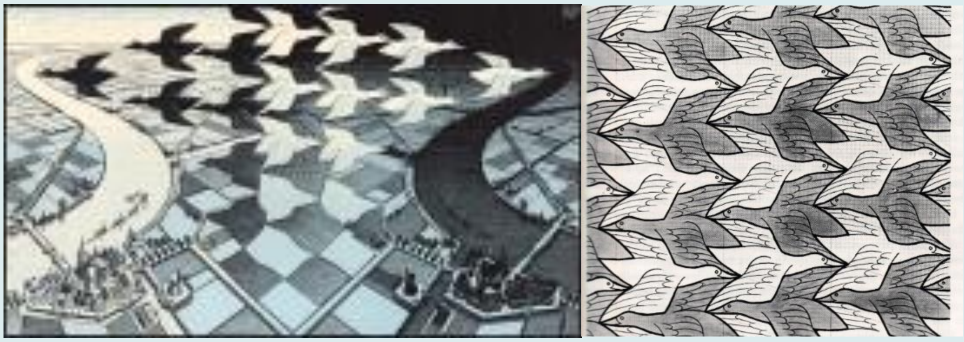


Figura 9 – Do lado esquerdo, a famosa xilogravura de Escher "Day and night" (1938); do lado direito, a pavimentação que Escher usou para criar a mesma xilogravura

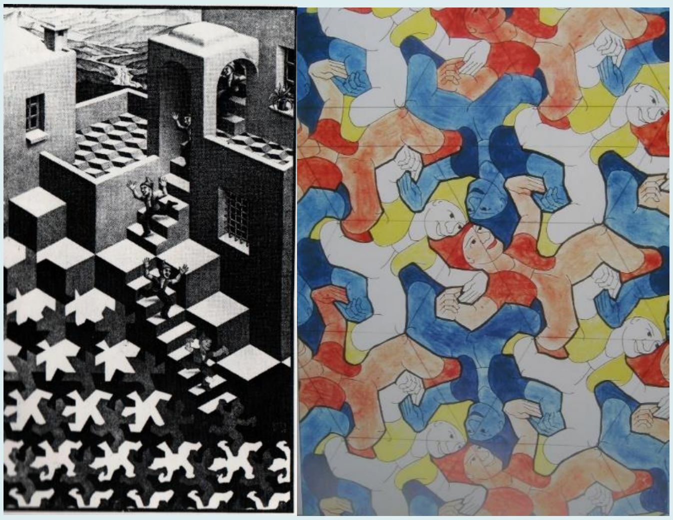


Figura 10 – Do lado esquerdo, a litografia de Escher 'Cycle' (1938); do lado direito o revestimento de um plano (pavimentação) que constitui a base para alcançar o resultado final de 'Cycle".

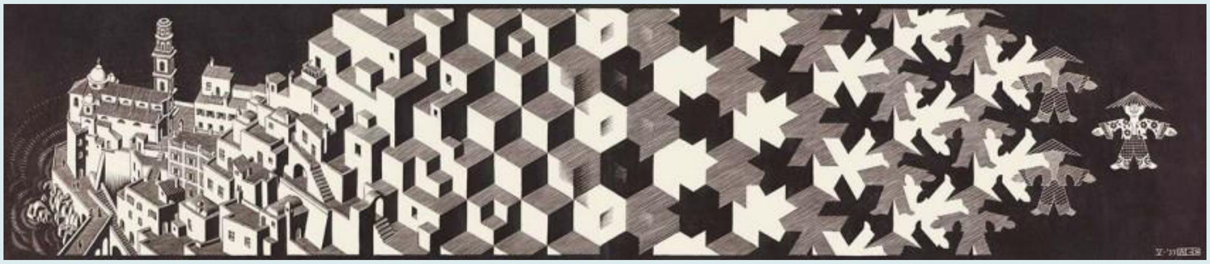


Figura 11 – Metamorfose I (1937), xilogravura impressa em duas folhas (**Retirado de**: https://www.mcescher.com/gallery/switzerland-belgium/metamorphosis-i/)

Por exemplo, o seu trabalho "Metamorphosis I" (1937) representa três edifícios na cidade costeira de Atrani transformados em cubos que eventualmente se desdobram em meninos chineses.

No seu livro "Plane Tessellations" (1958), Escher fornece mais explicações sobre as etapas pelas quais passa para criar uma "metamorfose".

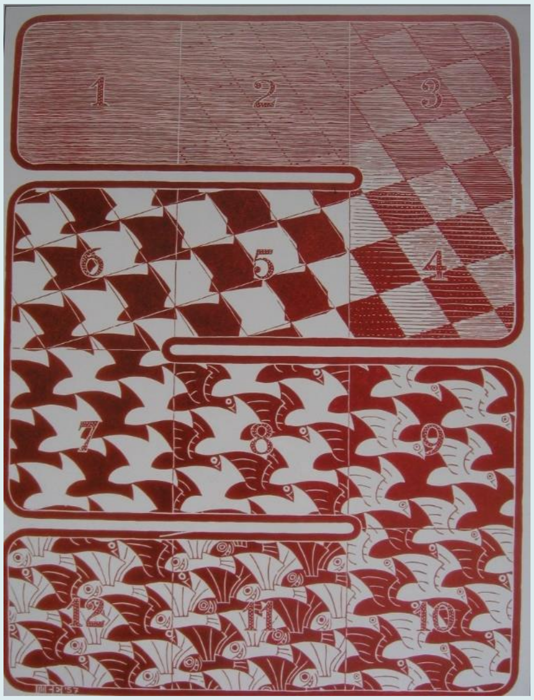


Figura 12 – Etapas de uma metamorfose (Retirado de:
http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Como se pode observar na figura ***Figura 12***, da etapa 1 à 4, o plano está é dividido em paralelogramas. Na etapa seguinte (5), a forma dos paralelogramas é gradualmente alterada, de modo a que uma saliência externa num dos lados resulte numa saliência interna de uma mesma dimensão no lado oposto. Os paralelogramas continuam a alterar-se, principalmente em termos de tamanho, enquanto muito mais detalhes são gradualmente adicionados, chegando, assim, à fase 8, na qual todas as formas começam a parecer aves. Posteriormente (fases 9-10), o mesmo acontece com as formas brancas, que também se transformam em aves. Contudo, nas fases 11-12 através da adição de mais alguns detalhes, as aves começam a converter-se em peixes (**retirado de**: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html).

Glossário

Xilogravura: arte mais antiga para produzir gravuras. A imagem é cortada no bloco de madeira com uma faca afiada, cinzel em forma de V ou goiva, com as áreas elevadas (não esculpidas) representando uma reversão (imagem espelhada) das peças a serem impressas. O bloco de madeira é coberto com um rolo (chamado brayer) e depois impressa em papel ou tecido. A impressão real pode ser feita manualmente ou com uma prensa de impressão. Antigamente era usada para ilustrações de livros.

Linoleogravura: técnica semelhante ao entalhe da Xilogravura, em que a matriz é de material sintético – placas de borracha, chamadas "linóleo" (por vezes, colocado em cima de blocos de madeira), em detrimento de blocos de madeira.

Arquitetura Mourisca: arquitetura islâmica articulada do Norte da África e partes da Espanha e Portugal (Al Andalus), onde os andaluzes (mouros) foram dominantes entre 711 e 1492. Os melhores exemplos que permanecem são La Mezquita em Córdoba e o palácio Alhambra em Granada (principalmente 1338-1390), bem como a Giralda em Sevilha (1184). Outros exemplos notáveis incluem a cidade palaciana em ruínas de Medina Azahara (936-1010), a igreja (antiga mesquita) de San Cristo de la Luz em Toledo, a Aljafería em Saragoça e banhos, por exemplo, em Ronda e Alhama de Granada.

Pavimentações: conjunto numerável de ladrilhos (unidades base) que cobrem o plano (superfície bidimensional) sem espaços intermédios nem sobreposições. Na matemática, os mosaicos podem ser generalizados a dimensões mais elevadas e a uma variedade de geometrias.

A Matemática por trás de M.C. Escher

(I) Sólidos Platónicos

Na figura seguinte pode ver um cubo, que constitui um dos cinco Sólidos Platónicos, bem como as suas arestas, faces e vértices:

- Aresta - segmento de reta que resulta da interseção de duas faces;
- Face - cada uma das superfícies planas que constituem um sólido.
- Vértices - pontos que resultam da interseção das arestas.

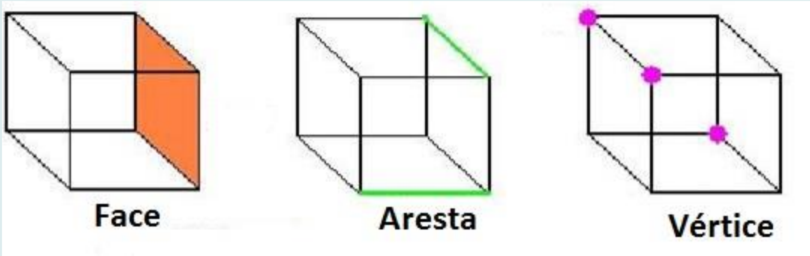


Figura 13– Face, aresta e vértice de um cubo

Na seguinte tabela são representados os cinco Sólidos Platónicos, nomeadamente o tetraedro, octaedro, icosaedro, cubo e o dodecaedro. Na primeira coluna consegue ver o modo de representar cada um dos sólidos; na segunda coluna é dado o número de faces de cada sólido; na terceira e quarta coluna são dados, o número de arestas e vértices de cada sólido, respetivamente; na quinta coluna são fornecidas as fórmulas de cálculo da área de superfície e de volume de cada sólido, considerando "a" como sendo o comprimento da aresta.

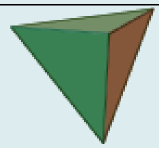
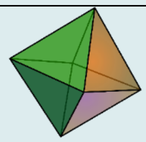
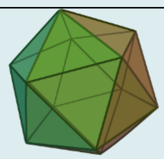
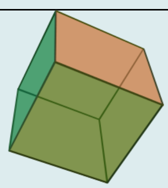
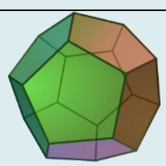
Nome	Faces	Arestas	Vértices	A= área da face V = Volume a = comprimento da aresta
 Tetraedro	4 triângulos equiláteros	6	4 3 faces que se encontram	$\mathbf{A = \sqrt{3}\,a^2}$ $\mathbf{V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3}$
 Octaedro	8 triângulos equiláteros	12	6 4 faces que se encontram	$\mathbf{A = 2\sqrt{3}\,a^2}$ $\mathbf{V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3}$
 Icosaedro	20 triângulos equiláteros	30	12 5 faces que se encontram	$\mathbf{A = 5\sqrt{3}\,a^2}$ $\mathbf{V = \frac{5\,(3+\sqrt{5})}{12}\,a^3}$
 Cubo	6 quadrados	12	8 3 faces que se encontram	$\mathbf{A = 6a^2}$ $\mathbf{V = a^3}$
 Dodecaedro	12 pentágonos regulares	30	20 3 faces que se encontram	$\mathbf{A = 3\sqrt{25+10\sqrt{5}\,a^2}}$ $\mathbf{V = \frac{15+7+\sqrt{5})}{4}\,a^3}$

Tabela 1: Os Sólidos Platónicos (**Retirado de**: https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lido_plat%C3%B3nico; Edição: Autor)

(II) Teoria da transformação

A translação é amplamente conhecida como "deslizamento". Há um deslizamento de todos os pontos de uma figura segundo uma mesma distância e uma mesma direção. A translação não altera a forma da figura. Por exemplo, no triângulo QRP, cada ponto foi transferido 3 unidades para baixo (eixo y) e, ao mesmo tempo, 4 unidades para a direita. O novo triângulo que surge é o Q'R'P'.

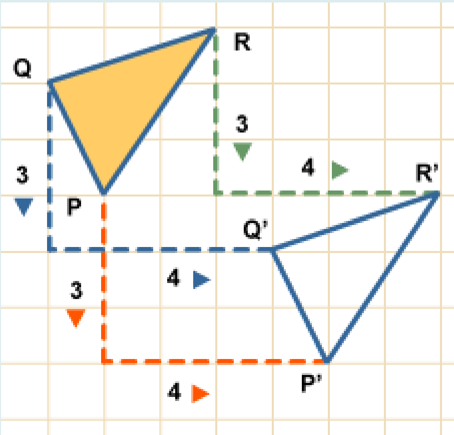


Figura 14 – Translação

A rotação é amplamente conhecida como "volta". Numa rotação a figura rodada pode mover-se no plano para cima, para baixo, para a direita e para a esquerda. No entanto, deve sempre rodar em torno do mesmo ponto que é conhecido como o centro de rotação. A rotação não influencia o tamanho da figura.

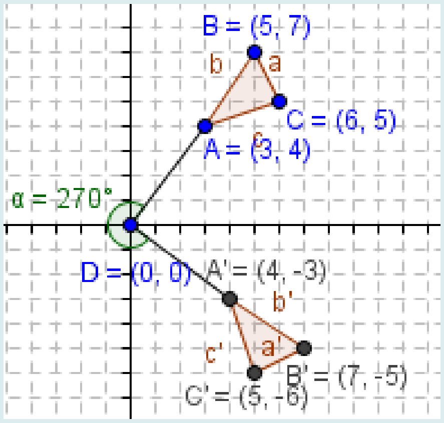


Figura 15 – Rotação

Por exemplo, o triângulo ABC faz uma rotação de 270 graus em torno do ponto D(0,0) que é o centro de localização.

A reflexão é amplamente conhecida como "espelho". Uma reflexão pode ser descrita como a imagem espelhada de uma figura que, assim, altera todos os seus pontos. Apenas reflete a figura usando uma linha, chamada de "linha de reflexão". Por exemplo, na figura seguinte, o eixo "yy" pode ser considerado como a linha de reflexão do triângulo ABC, enquanto o triângulo EDF constitui a imagem refletida (ou espelhada) do triângulo ABC.

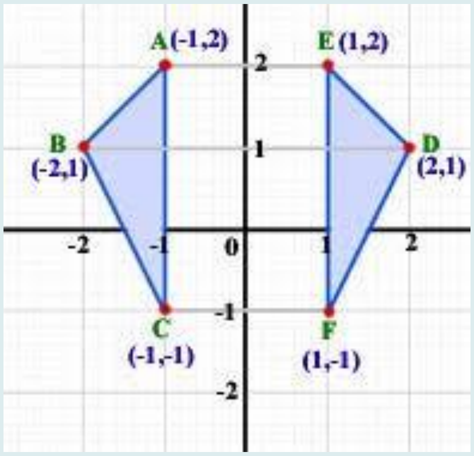


Figura 16 – Reflexão

Princípios da Pavimentação no Plano

Neste parágrafo, tentaremos explicar os conceitos matemáticos de translação, rotação e reflexão através dos "olhos artísticos" de Escher. Suponhamos que temos uma superfície totalmente coberta com triângulos equiláteros, de acordo com a divisão regular de um plano de Escher.

Como descrito em http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html "se deslocarmos todo o plano segundo a distância AB, este cobrirá novamente o padrão subjacente. Esta é uma translação do plano.

Também podemos rodar a figura duplicada 60 graus em torno do ponto C, e verificamos que, mais uma vez, esta cobre exatamente o padrão original. A este efeito chama-se rotação. Do mesmo modo, se fizermos uma reflexão sobre a linha PQ, o padrão permanece o mesmo. Um padrão pode ser feito para se revestir através da translação, rotação, reflexão e/ou reflexão de deslizamento.

Existem 17 grupos diferentes de padrões. Cada grupo admite apenas alguns tipos de mudanças pelas quais eles se "encaixam" (alguns apenas através da translação, outros da translação e da reflexão, etc.). Escher descobriu todas estas possibilidades sem qualquer conhecimento matemático prévio. Uma característica particular da pavimentação de Escher é que ele escolhe os motivos que representam concretamente objetos ou seres vivos"

(**Retirado de**: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html).

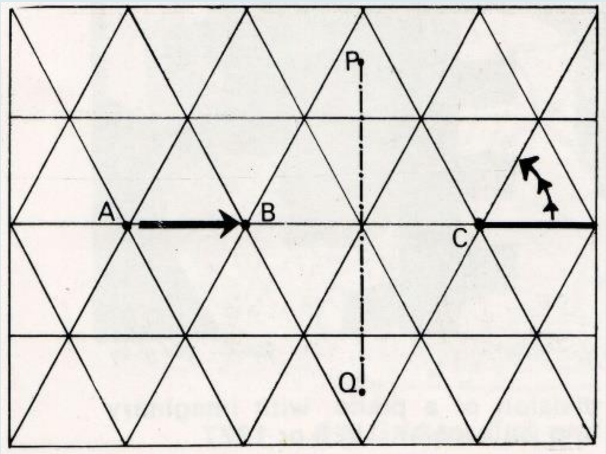


Figura 17 – Movimento possível numa superfície plana (translação, rotação, reflexão)

(**Retirado de**: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

TAREFAS

TAREFA1

Transformação de um plano num sólido Platónico

Como observamos, Escher foca na transformação de polígonos, seguindo as regras da "Divisão Regular de um Plano". Escher explora a sensação de construções tridimensionais dentro de um plano, trabalhando principalmente com contrastes, como preto e branco, dia e noite. Também usa diferentes tons de cinza para conseguir a transição de um para o outro.

Escher fez o seguinte comentário em relação à sua obra "Waterfall": “se observarmos, uma por uma, as diferentes partes dessa construção, não podemos encontrar nenhum erro nela. E, no entanto, é uma impossibilidade total, porque as mudanças ocorrem repentinamente ao interpretar a distância entre o olho e o objeto".

Esta interpretação dupla do que “realmente existe" e do que “não vemos“ não é apenas um "jogo" que pode ser detetado nas artes. Constitui frequentemente o coração de uma prova matemática.

Um exemplo típico do que aqui é implícito, é o problema dos calissons (doces franceses de forma aproximadamente romboidal), que foram estabelecidos pela primeira vez por Hallenbeck, Deturck e Solow, em 1989. Segundo o mesmo, se colocarmos os doces aleatoriamente numa caixa hexagonal, de forma a que não hajam espaços entre eles (Figura 18), rapidamente verificamos que os doces podem ser categorizados - de acordo com sua orientação no plano - em três grupos (numa localização norte-sul, noroeste-sudeste, nordeste-sudoeste).

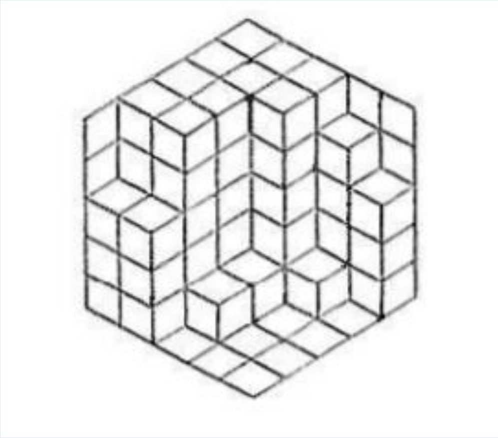


Figura 18– O problema dos Calissons: preenchimento de um plano hexagonal com Calissons romboides

1.1) O que observa em relação ao número de doces de cada uma das três categorias?

1.2) Usando 3 tonalidades diferentes (por exemplo: preto, cinzento e branco) pinte na imagem abaixo, os doces, utilizando a mesma cor para cada uma das 3 categorias

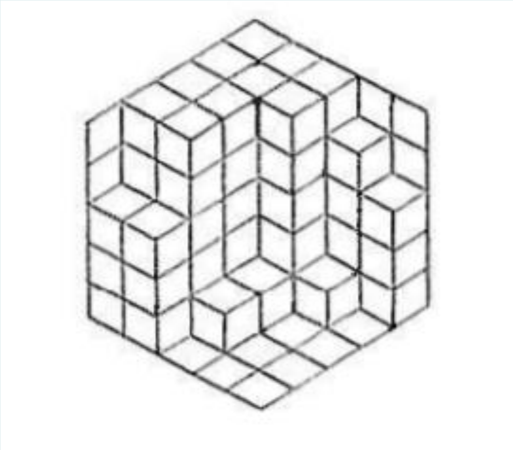


Figura 19 – O problema dos Calissons: preenchimento de um plano hexagonal com Calissons romboides

1.3) Depois de concluir a tarefa anterior apresentada em 1.2, o que observa em relação ao plano hexagonal? Qual o sólido platónico em que é transformada e qual o papel dos callissons de forma romboide nesta situação?

TAREFA 2

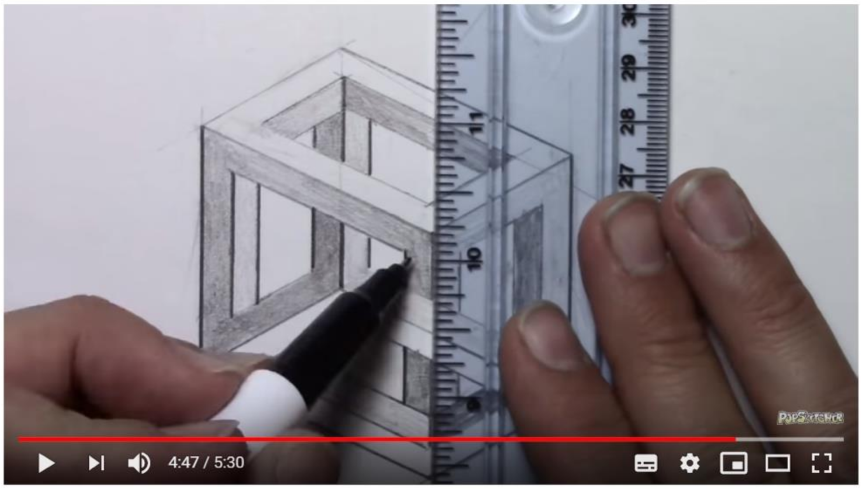
O cubo impossível de Escher

Assista aos vídeos do YouTube que seguem:

https://www.youtube.com/watch?v=CZAQ_b2rzAA

https://www.youtube.com/watch?v=OM9oYcdIJaM

Posteriormente, seguindo as instruções dos vídeos, tente desenhar o cubo impossível de Escher.



How-to-draw an Optical Illusion - Escher Cube

O apoio da Comissão Europeia à produção desta publicação não constitui um aval do seu conteúdo, que reflete unicamente o ponto de vista dos autores, e a Comissão não pode ser considerada responsável por eventuais utilizações que possam ser feitas com as informações nela contidas.

INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Site oficial de M.C. Escher

https://www.mcescher.com/

O mundo impossível de Escher

https://amusearte.hypotheses.org/2072

Desvendando a técnica de M.C.Escher

https://waltermattos.com/tutoriais/desvendando-a-tecnica-de-escher/

A Arte Matemática de M.C. Escher

https://www.youtube.com/watch?v=Kcc56fRtrKU

Como criar uma ilusão ótica: o cubo impossível de Escher

https://www.youtube.com/watch?v=CZAQ_b2rzAA

https://www.youtube.com/watch?v=OM9oYcdIJaM