

PARTE IV: Cinematografia e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 13 – 15

UNIDADE 44: NÚMEROS
PRIMOS EM “O HOMEM QUE
VIU O INFINITO”

Sandgärdskolan

Guia do Professor

Título: Números primos em “O homem que viu o infinito”

Faixa Etária: 13 – 15 anos

Duração: 2 horas

Conceitos Matemáticos: Números Primos, Infinito

Conceitos Artísticos: Géneros de filme, heróis da Marvel, ponto de fuga

Objetivos Gerais: esta unidade fará com que aprenda mais sobre o infinito. O objetivo é pensar por si mesmo sobre a palavra infinito. O que pensa sobre isso? Também mostrará a ligação entre infinito e números primos.

Recursos: esta unidade fornece fotografias e vídeos para usar na sala de aula. Os tópicos abordados nestes recursos também serão uma inspiração para encontrar outros materiais que possam ser relevantes para personalizar e dar cor à sua aula.

Dicas para o professor: está provado que aprender fazendo é muito eficaz, especialmente com jovens alunos menos atentos e dificuldades de aprendizagem. Não se esqueça de explicar sempre a utilidade, na prática, de cada conceito matemático.

Objetivos de aprendizagem e competências: no final desta unidade, o aluno será capaz de:

- compreender números primos e o infinito de uma maneira aprimorada.
- explorar filmes de super-heróis.

Síntese e Avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado acerca desta atividade:	1. 2. 3.
Indique 2 conceitos que tenha aprendido:	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar:	1.

Introdução

Infinito é sobre coisas que nunca acabam; um conceito abstrato que descreve algo sem limite e refere-se a uma coleção de noções de "sem limites" em matemática, filosofia e teologia.

Infinito significa muitas coisas diferentes, dependendo de quando é usado. A palavra tem origem numa palavra latina, que significa "sem fim", Ad Infinitum/até ao infinito. O infinito continua para sempre, então, às vezes, espaço, números e outras coisas são ditos 'infinitos', porque nunca param.

O infinito não é realmente um número comum, mas às vezes é usado como um. O infinito costuma dizer quantas coisas existem, em vez de quão grande é alguma coisa. Por exemplo, existem infinitos números inteiros (chamados números inteiros), mas não há um número inteiro infinitamente grande. No entanto, diferentes tipos de matemática têm diferentes tipos de infinito. Portanto, o seu significado geralmente muda.

3



Figura 1: Infinity symbol, retirado de [Wikimedia Commons](#)

O homem que viu o infinito

O filme “O Homem que viu o infinito” é sobre Srinivasa Ramanujan, que geralmente é vista pelos matemáticos como uma das duas figuras mais românticas na disciplina de matemática.



Figura 2: Srinivasa Ramanujan, retirado de [Wikimedia Commons](#)

Ramanujan (1887–1920) nasceu e morreu, com apenas 32 anos, no sul da Índia. Mas num dos momentos mais extraordinários da história matemática, ele passou o período da Primeira Guerra Mundial no Trinity College em Cambridge, a convite do, importante, matemático britânico Godfrey Harold (GH) Hardy (1877–1947) e do seu grande colaborador John E. Littlewood.

4

Quando criança, recusou-se a aprender tudo exceto matemática, quase tudo o que ele sabia aprendeu de forma autodidata, e o seu trabalho pré-Cambridge está compilado numa série de cadernos.

O trabalho que ele fez depois de regressar à Índia, em 1919, está compilado no manuscrito designado, erradamente, de Lost Notebook (caderno perdido). Foi encontrado mais tarde na biblioteca da faculdade de Wren de matemática. No seu período em Inglaterra, Ramanujan tornou-se o primeiro companheiro Membro na Trinity e na Royal Society.

Um homem de números

Ramanujan tinha uma capacidade extraordinária de ver padrões. Embora ele raramente provasse os seus resultados, ele deixou uma série de avaliações de somas e integrais. Ele era particularmente especialista numa parte da teoria dos números chamada formas modulares, que é atualmente ainda mais interessante do que quando ele morreu.

No Lost Notebook inicia o estudo de funções teta modulares que só estão agora a ser totalmente compreendidas. A publicação da obra "Notebooks" só foi recentemente concluída, principalmente, pelos matemáticos americanos Prof. Bruce Berndt e George Andrews. É composta por milhares de páginas impressas.

O astrónomo vencedor do Nobel, Subrahmanyan Chandrasekhar, descreveu o quão importante foi o sucesso de Ramanujan na Inglaterra para a autoconfiança em si mesmo e dos fundadores da Índia moderna, incluindo Jawaharlal Nehru, que se tornou o primeiro ministro da Índia após a independência em 1947.

Em 2008, David Leavitt publicou um livro de romance da vida de Ramanujan, denominada Indian Clerk. Tendo em atenção que Leavitt captura muito bem, como romancista, ele toma liberdade considerável e inclui detalhes sobre a vida privada de Ramanujan (em oposição à vida profissional como matemático)

Em 2012, no 125º aniversário do nascimento de Ramanujan, o Notices of the American Mathematics Society publicou oito artigos sobre o seu trabalho. Esta publicação revela como a reputação e o impacto de Ramanujan continuam a crescer.

Uma anedota final descreve Ramanujan e o seu fascínio pela matemática muito bem. Em 1917, Ramanujan foi hospitalizado em Londres e visitado pelo seu colega Hardy. Não sendo bom em conversa de circunstância, tudo o que Hardy conseguia

dizer era que o número do seu táxi, 1729, era desinteressante. Ramanujan respondeu que, pelo contrário, era o menor número que poderia ser expresso como uma soma de dois cubos de duas maneiras distintas:

1,729 is the smallest number which can be represented in two different ways as the sum of two cubes:

$$\begin{aligned}1729 &= 1^3 + 12^3 \\ &= 9^3 + 10^3\end{aligned}$$

It is also incidentally the product of 3 prime numbers:

$$1729 = 7 \times 13 \times 19$$

The largest known similar number is:

$$\begin{aligned}885623890831 &= 7511^3 + 7730^3 \\ &= 8759^3 + 5978^3 \\ &= 3943 \times 14737 \times 15241\end{aligned}$$

6

Figura 3: Hardy-Ramanujan "taxicab Numbers", retirado de

<https://www.pinterest.com/pin/15340454960184121/>.

Mais filmes sobre matemáticos

Existem muitos livros, peças de teatro, filmes e séries de TV como "A teoria do Big Bang" sobre matemáticos e físicos teóricos. Especialmente a série " A teoria do Big Bang " posicionou a matemática, a física e a filosofia no mapa e o interesse em estudar essas matérias aumentou muito.

Outros filmes interessantes são Uma Mente Brilhante (2001), Copenhagen (2002), A Prova (2005), O Jogo da Imitação (2014) sobre Alan Turing e A Teoria de Tudo (2014), sobre Stephen Hawking.

Glossário

Subrahmanyan Chandrasekhar

Astro-físico americano de origem tâmil, que recebeu o prémio Nobel da Física em 1983.

David Leavitt Ele

Escritor americano que escreveu ficção e não ficção sobre matemáticos famosos. O seu livro *The Indian Clerk* é sobre Ramanujan e o livro *The Man Who Knew Too Much* é sobre Alan Turing.

Jawaharlal Nehru

Um líder dos direitos civis na Índia durante a luta pela independência da Grã-Bretanha. Ele foi primeiro ministro da Índia em 1947. Tanto a sua filha, Indira Gandhi, como o neto, Rajiv Gandhi, seguiram os seus passos e depois tornaram-se primeiros ministros.

Funções teta

Funções especiais com muitas variáveis complexas, como funções elípticas.

A Matemática por trás de “O homem que viu o Infinito”

Existem dois tipos de infinito: infinito potencial e infinito real.

* O **Infinito potencial** é um processo que nunca para. Por exemplo, adicione 10 a um número. Não importa quantas vezes 10 é adicionado, podem sempre ser adicionados mais 10.

* O **Infinito real** é uma ideia mais abstrata. Por exemplo, existem infinitos números, porque é impossível escrever todos os números.

Um envolvimento precoce sobre o infinito foi feito pelo filósofo grego Anaximander, que considerava que o infinito era uma base fundamental e primitiva da realidade. Anaximandro foi o primeiro na tradição filosófica grega a propor que o universo era infinito.

Os jainistas indianos (uma religião praticada em toda a Índia que segundo a Wikipedia é a sexta maior religião do país (https://en.wikipedia.org/wiki/Jainism_in_India) foram os primeiros a deixar a ideia de que todos os infinitos eram os mesmos ou iguais. Eles reconheceram diferentes tipos de infinitos:

- * infinito em comprimento (uma dimensão),
- * infinito em área (duas dimensões),
- * infinito em volume (três dimensões) e
- * infinito perpétuo (número infinito de dimensões).

No final do século XIX, Georg Cantor introduziu e estudou conjuntos infinitos e números infinitos, que agora são uma parte essencial dos fundamentos da matemática.

Por exemplo, na matemática moderna, uma linha é vista como o conjunto de todos os seus pontos, e o número infinito de pontos (a cardinalidade da linha) é maior que o número de números inteiros.

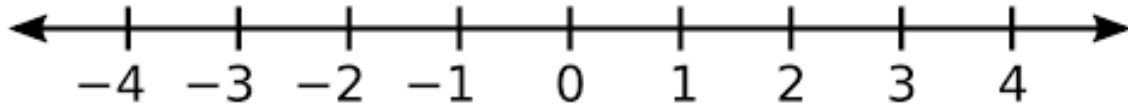


Figura 4:Reta numérica, retirado de [Wikimedia Commons](#)

Desse modo, o conceito matemático do infinito refina e amplia o antigo conceito filosófico. É usado em toda a matemática, mesmo em áreas, como combinatória e teoria dos números, que aparentemente pode parecer não ter nada a ver com isso. Por exemplo, a prova de Wiles do Último Teorema de Fermat usa a existência de conjuntos infinitos muito grandes.

TAREFA

Hotel Hilbert

O Hilbert é o maior hotel do mundo: possui um número infinito de quartos. Poderíamos imaginar que tem apenas um corredor sem fim, com as salas numeradas 1, 2, 3, 4 e assim em diante. No dia em que chegamos ao Hilbert, todos os quartos do hotel estão cheios. (Os negócios estão muito bem mesmo ...)

Noutro qualquer hotel, a receção diria que não tinham vagas: se todos os quartos estiverem cheios, simplesmente não haverá espaço para nós. Surpreendentemente, esse não é o caso no Hilbert.

Quando chegamos e pedimos um quarto, o hotel faz um anúncio pelo altifalante que pode ser ouvido em qualquer lugar do hotel: eles pedem a todos os seus hóspedes que passem para o próximo quarto. Agora, o hóspede do quarto 1 passa para o quarto 2, o hóspede do quarto 2 passa para o quarto 3 e o hóspede de qualquer quarto n passa para o quarto $n + 1$. Como não há último quarto no hotel, cada hóspede terá um novo quarto.

Agora, o primeiro quarto está vazio e podemos mudar. É claro que isso não teria funcionado em nenhum hotel finito. Ainda poderíamos pedir a todos os hóspedes que passassem para o próximo quarto, mas a pessoa no último quarto ficaria sem quarto. O Hilbert não tem um último quarto, e o infinito mais um ainda é infinito.

Essa ideia pode ser mais desenvolvida: chegarem 10 novos hóspedes, a receção apenas solicitará que todos os hóspedes mudem para 10 quartos à frente. Se 100 novos hóspedes chegarem, todos os hóspedes atuais terão que mudar-se para 100 quartos mais à frente - e da mesma forma para qualquer outro número. Assim, mesmo que o hotel esteja cheio, ele ainda tem vagas de quartos para qualquer número de novos hóspedes!

 Tente:

Pegue num papel branco de tamanho A3. Utilize uma régua e desenhe uma imagem do hotel apenas com as paredes e o telhado. Comece no canto inferior direito do hotel e desenhe 10 janelas para indicar os quartos. Agora, o próximo convidado chega e vai ser preciso mais um quarto, dado haver uma quantidade infinita de quartos no Hilbert. Quantos quartos pode dispor num andar? O que fará com que o hotel tenha uma quantidade finita de quartos?

INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Um Curso Intensivo de Matemática de Conjuntos Infinitos:

<http://legacy.earlham.edu/~peters/writing/infapp.htm>



Um filme sobre O homem que viu o infinito

<https://www.youtube.com/watch?v=P0idBBhGNgU>

Sobre a série A Teoria do Big Bang

<https://the-big-bang-theory.com/>

Aula sobre a geometria do desenho islâmico:

<https://www.youtube.com/watch?v=pg1NpMmPv48>

Sobre Srinivasa Ramanujan

https://en.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Ramanujan.html>



<https://www.youtube.com/watch?v=uGoUef1C3K0>

Sobre infinito:

<https://en.wikipedia.org/wiki/Infinity>

<https://www.mathsisfun.com/numbers/infinity.html>

Porque é que o número 1729 é conhecido como número Ramanujan?:

<https://www.quora.com/Why-is-the-number-1729-known-as-the-Ramanujan-number>

Uma equação realmente desafiadora colocada por Ramanujan



<https://www.youtube.com/watch?v=r5BGli84arY>