

PARTE III: Literatura e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 16 – 18

UNIDADE 42: ABORDANDO OS NÚMEROS TRIANGULARES ATRAVÉS DO LIVRO “A FÓRMULA PREFERIDA DO PROFESSOR”

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Guia do Professor

Título: Abordando os números triangulares através do livro 'A fórmula preferida do professor' de Yoko Ogawa (2009)

Faixa Etária: 16 – 18 anos

Duração: 1h30 - 2 horas

Conceitos Matemáticos: Números Triangulares

Conceitos Artísticos: Literatura e Matemática

Objetivos Gerais: os alunos identificarão primeiro, através da parte introdutória, a ligação e os benefícios da aprendizagem da matemática através de documentos de alfabetização. Eles identificarão um dos livros mais importantes nesta área, familiarizar-se-ão com o autor e terão uma visão geral do livro. Mais perto do fim, eles terão a oportunidade de ler uma pequena parte do capítulo 4 do livro "A fórmula preferida do professor" e analisar alguns dos seus conceitos matemáticos através da tarefa matemática.

Isto de modo a atingir o objetivo matemático final, que é interagir com os números triangulares.

Instruções e Metodologias: é preferível seguir a estrutura desta unidade, pois ela começa com algumas informações básicas simples sobre a ligação entre alfabetização e a matemática em geral, ao mesmo tempo em que detalha mais aprofundadamente e estuda progressivamente os seus benefícios. São apresentadas uma biografia da autora e uma visão geral do livro antes de chegar ao excerto do capítulo 4 do livro relacionada com os números triangulares e à tarefa matemática a ele associada.

Recursos: esta unidade fornece uma visão geral do livro, fotografias da autora e da capa do livro, um excerto do YouTube sobre o filme 'The Professor's Beloved Equation', baseado no livro "A fórmula preferida do professor"; e a principal tarefa matemática.

Dicas para o professor: é importante instigar o interesse dos seus alunos, enfatizando como a literatura está associada à matemática e os muitos benefícios que ela terá, bem como usar os excertos do texto fornecido, que ajudará os alunos a ver e

compreender a parte do raciocínio de uma fórmula complicada, relacionada a números triangulares, de modo a entendê-la completamente e, por fim, aplicá-la à tarefa matemática dada.

Objetivos de aprendizagem e competências: os alunos devem:

- o familiarizar-se com os números triangulares, como são mostrados nos textos,
- o aplicar a fórmula através de etapas simples baseadas no excerto do capítulo 4 do livro e resolver a tarefa matemática:

Síntese e Avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado acerca desta atividade:	1. 2. 3.
Indique 2 conceitos que tenha aprendido:	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar:	1.

Introdução

De acordo com Cohen (2013), “estudar ficção e poesia relacionadas com a matemática ajuda os alunos a desenvolver o gosto pela matemática e pela literatura e uma perceção da ligação entre ambos”. Existem muitos estudos provenientes de investigadores como Growney (2008, 2009), Bahls (2009), Glaz e Liang (2009), Glaz (2010, 2011) e Ivy (2004, 2009) explicando como a matemática pode ser combinada com literatura nas salas de aula. Geralmente, ligar a matemática às artes, como cinematografia, teatro e literatura, foi considerado uma estratégia útil para o ensino de matemática por várias razões. Pesquisas provaram que providenciar um ambiente considerado menos stressante e psicologicamente seguro aumenta a inspiração e os resultados dos alunos (Jensen, 1998). Quando os alunos estão preocupados, o desempenho diminui, porque eles estão apreensivos com um sentimento nervoso e preocupante distraíndo-os das tarefas matemáticas atuais (Covington, 1999). Os estudantes preocupados podem perder muitas das informações que pretendem aprender porque o seu foco é desviado e é privado devido ao medo da matemática (Siegel, 1999). Usar a literatura de maneira eficaz com a matemática pode ajudar a reduzir a ansiedade sentida pelos "matefóbicos" (Zambo, 2005).

Além disso, um artigo citado de maneira muito ampla por Furner, Yahya e Duffy (2005), sugere 20 estratégias para o ensino de matemática que abrangem todos os alunos e inclui numa delas o uso da literatura enfatizando esses benefícios:

Teach “Ensina conceitos de matemática no contexto de uma história

- Incorpora estudos integrados com leitura, escrita, fala, audição, etc.
- Desenvolve o pensamento matemático;
- Evita a ansiedade matemática e cria um ambiente de sala de aula menos ansioso por matemática;
- Permite uma variedade de respostas;
- Estabelece conexões históricas, culturais e práticas;
- Permite o uso de manipulativos no que se refere à história;
- Avalia a compreensão de uma criança lendo/questionando;

- Oferece uma ampla gama de livros que podem ser usados para ensinar a maioria dos conceitos de matemática;
- Leva à resolução de problemas e ao envolvimento ativo no contexto da história;
- Proporciona uma experiência compartilhada para alunos e professores "(Furner et al, 2005, p. 22).

Existem muitos livros de literatura em várias línguas associados à matemática. Exemplificando com um pequeno número dos mais conhecidos: 'A devoção do suspeito X', de Keigo Higashino (1958), 'A guerra do cálculo', de Jason Socrates Bardi (2006), 'Logicomix', de Apostolos Doxiades (2009), Mathematical Mysteries: The Beauty and Magic of Numbers 'de Calvin Clawson (1999) e o que escolhemos para esta tarefa que é 'A fórmula preferida do professor' de Yoko Ogawa (2009), um romance japonês muito vendido, também, traduzido para o inglês.

'A fórmula preferida do professor' é composto por 11 capítulos, abordando vários conceitos matemáticos, tais como raízes quadradas, números amigáveis, teoria dos números, números primos, fórmula de Gauss e números primos de Mersenne. Aqui, será apresentada uma visão geral do livro e apenas uma tarefa matemática relacionada ao Capítulo 4 e com os números triangulares.

Biografia



Figura 2: Yoko Ogawa (Retirado de: <https://pen-online.com/culture/yoko-ogawa-is-as-captivating-as-ever-with-instantanes-dambre/>)

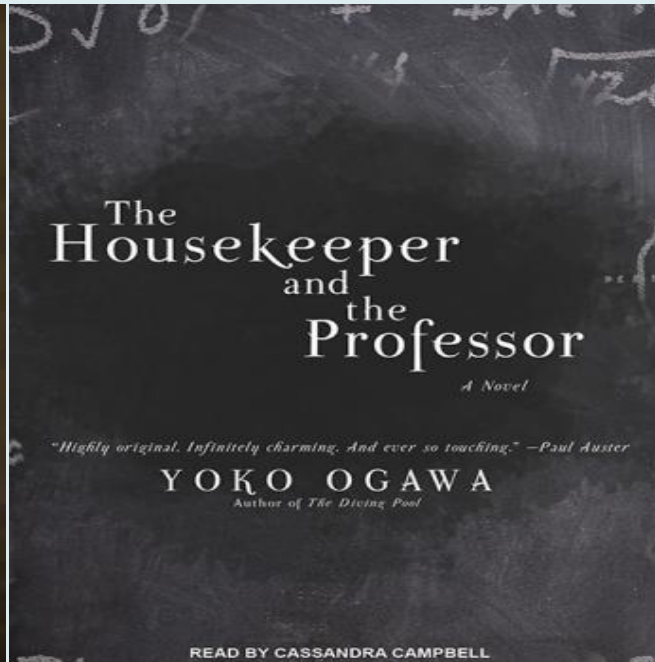


Figura 2: Página de rosto de 'The housekeeper and the professor'. (Retirado de : <https://www.kobo.com/us/en/audiobook/the-housekeeper-and-the-professor-2>)

k

6

Yoko Ogawa nasceu em Okayama, na província de Okayama, formou-se na Universidade de Waseda e vive em Ashiya, Hyōgo, com o seu marido e filho. Desde 1988, Ogawa publicou mais de quarenta obras de ficção e não-ficção. Em 2006, foi co-autora de "An Introduction to the World's Most Elegant Mathematics", com Masahiko Fujiwara, um matemático, o livro é um diálogo sobre a extraordinária beleza dos números. Kenzaburō disse: "Yoko Ogawa é capaz de dar expressão aos trabalhos mais subtis da psicologia humana em prosa de modo gentil mas penetrante". A subtileza reside, em parte, no facto das personagens de Ogawa parecem, frequentemente, não saber porque estão a fazer o que estão a fazer. Ela trabalha por aglomeração de detalhes, uma técnica que talvez seja mais bem-sucedida em seus trabalhos mais curtos; o lento ritmo de desenvolvimento a longo prazo obras requer algo de um "Deus ex machina" para os resolver. O leitor é presente a uma descrição minuciosa do que os protagonistas, geralmente do sexo feminino, observam e sentem e as suas auto-observações um tanto alienadas,

algumas das quais refletem a sociedade japonesa e, especialmente, os papéis das mulheres dentro dela. O estilo das suas obras varia, entre as quais encontramos, às vezes, nas obras mais longas o surreal, passando pelo excêntrico e, às vezes o grotescamente bem-humorado, até ao psicologicamente ambíguo e até perturbador. (Hotel Iris, é uma das suas obras mais longas, é mais explícita a nível sexual que as suas outras obras e é, também, a mais amplamente traduzida.)

Fonte original da Wikipedia (Retirado de:
https://en.wikipedia.org/wiki/Y%C5%8Dko_Ogawa)

Visão geral do livro "A fórmula preferida do professor"

Este livro é sobre um matemático de 64 anos. Anteriormente ele era professor, 17 anos antes, mas um acidente de carro causou-lhe um dano cerebral, e mais especificamente a parte do cérebro ligado à memória. Agora ele só tem memória durante 80 minutos, embora se lembre de factos que aconteceram antes do acidente. O seu campo de pesquisa é a teoria dos números, mas ele não já não é ativo na pesquisa por causa dos danos no cérebro. Devido ao seu problema de memória, é bastante impossível ter uma vida normal. Tudo lhe parece ocorrer rapidamente. Esse problema também o levou a desistir da sociedade e do relacionamento com outras pessoas. O professor mora com a cunhada, viúva há muitos anos. Ela mora na casa principal e ele mora numa casa muito pequena. Eles provêm de uma família rica e ganham a vida com os imóveis que possuem. Eles não têm muito contato, pelo menos após o acidente. A cunhada contrata uma empregada para cuidar do professor. A governanta vem todos os dias de manhã e faz o café da manhã, lava a roupa, limpa e prepara o jantar. Ela tem 29 anos, é solteira, mas tem um menino de dez anos. No Japão, não é comum contratar uma empregada doméstica, é-o em famílias muito ricas. Também é bastante incomum uma mulher ter um filho sem se casar.

A governanta chega à casa do professor pela primeira vez em março de 1992. O livro é sobre o relacionamento do professor com a governanta e o seu filho. Como

professor de matemática, o seu amor sempre foram os números e é a única coisa com a qual ele mais se importa e, em certa medida, o baseball, apesar de ele não acompanhar os resultados. Algumas histórias reais sobre o baseball japonês são citadas no livro. Quando a governanta vem à casa do professor todas as manhãs, ele não se lembra dela. Uma técnica de memória que ele usa é manter muitos pequenos pedaços de papel presos no casaco do fato para lembrá-lo das informações necessárias. Um deles é sobre a governanta. Todas as manhãs, quando ela chega, ele identifica-a com o rosto num dos pedaços de papel e depois faz as suas perguntas regulares: todas relacionadas a números, como: “quantos anos tem?”, “qual é o tamanho do seu sapato?” E assim por diante. As perguntas estão sempre relacionadas a números. Por exemplo, se ela diz que o tamanho do sapato é 24, ele diz que são 4 fatoriais. Então ela pergunta o que é um fatorial, e ele responde, e essa é uma conversa clássica entre eles.

Quando o professor descobre sobre o filho da sua empregada, ele reage escandalosamente e pede que ela o traga para a casa. É assim que começa o relacionamento entre as três pessoas. O livro não envolve nenhum grande drama. Mas tudo na vida do professor é estranho e difícil para as pessoas ao seu redor devido ao seu problema de memória. Além do seu problema de memória, a sua tendência pelos números, especialmente números primos, é tão forte que a sua vida tende a ser levemente cómica ou desajeitada. O professor conta muitas histórias sobre matemática e números à governanta e ao seu filho. Uma das suas coisas favoritas é a famosa fórmula de Euler, $e^{\pi i} = -1$. Eles conheciam “ π ”, mas não conheciam “ i ” e “ e ”, então não considera que eles realmente percebam o significado da fórmula.



Professor's Beloved Equation é um filme japonês lançado a 21 de janeiro de 2006 e dirigido por Takashi Koizumi. É baseado no romance A fórmula preferida do professor. O trailer pode ser encontrado em

<https://www.youtube.com/watch?v=pOV-jadkgAw>



Excerto do capítulo 4

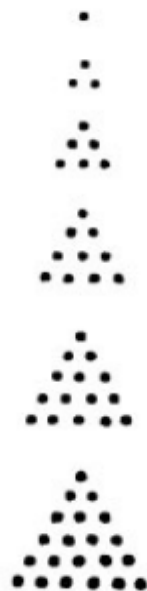
The clinic was old and depressing. The ceiling was discolored, and the grimy slippers stuck to your feet. Yellowed posters on the walls gave instructions for weaning and inoculations. The only light in the hall was the dim bulb outside the X-ray room.

They'd said the test was just a precaution, but Root had been in the examination room for some time.

"Have you ever heard of triangular numbers?" the Professor said, pointing at the radiation sign on the door of the X-ray room. It was shaped like a triangle.

"No," I said. He sounded calm now, but I could tell that he was still a little shaken.

"They're truly elegant," he said, beginning to draw dots on the back of a questionnaire that he'd picked up in the lobby.



"What do you make of these?"

"Well, let's see. It looks like neatly stacked firewood, or maybe rows of beans."

"That's right, the point is they're 'neatly' arranged. One in the first row, two in the second, three in the third.... It's the simplest way to form a triangle." I glanced at the dots on the page. The Professor's hand was trembling slightly. The black marks seemed to float up in

the half-light. "So then, if we total up the number of dots in each triangle, we get 1, 3, 6, 10, 15, and 21. And if we write these as equations:

$$1$$

$$1 + 2 = 3$$

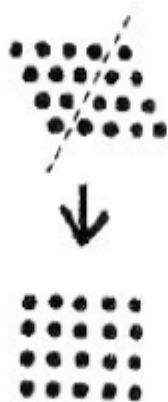
$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

"In other words, a triangular number is the sum of all the natural numbers between 1 and a certain number. Then, if you put two of these triangles together, things get even more interesting. Why don't we look at the fourth one, 10, so we don't have to draw too many dots?"



It wasn't particularly cold in the hall, but the trembling in his hand had grown worse and the dots had slightly smudged. His whole

being seemed concentrated in the tip of his pencil. A few of the notes on his suit were smeared with blood and now illegible.

"Look at this. When you put two of the four-row triangles together, you get a rectangle that is 4 dots high and 5 dots wide; and the total number in the rectangle is 4×5 or 20 dots. Do you see that? And if you divide that in half, you get $20 / 2 = 10$, or the sum of the natural numbers from 1 to 4. Or, if you look at each line of the rectangle, you get:

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 + & + & + & + \\
 4 & 3 & 2 & 1 \\
 \hline
 5 & 5 & 5 & 5
 \end{array}$$

"And once you know that, you can use this relationship to figure out the tenth triangle--the sum of the numbers from 1 to 10--or the hundredth or any other. For 1 to 10 it would be:

$$\frac{10 \times 11}{2} = 55$$

"And for 1 to 100,

$$\frac{100 \times 101}{2} = 5050$$

"And 1 to 1000,

$$\frac{1000 \times 1001}{2} = 500500$$

"And 1 to 10,000...."

The pencil rolled out of his hand and fell at his feet. The Professor was crying. I believe it was the first time I saw him in tears, but I had the feeling that I'd seen these emotions many times before. I placed my hand on his.

"Do you understand?" he said. "You can find the sums of all the natural numbers."

"I understand."

"Just by lining up the dots in a triangle. That's all there is to it."

"Yes, I see that now."

"But do you really understand?"

"Don't worry," I told him. "Everything's going to be all right. How can you cry, look at these beautiful triangular numbers."

Just then the door to the examination room opened and Root emerged.

"See!" he said, giving his bandaged hand a wave. "I'm fine."

Retirado de: <https://ibaracaldo.files.wordpress.com/2013/06/ogawa-yoko-the-housekeeper-and-the-professor.pdf>

A Matemática por trás de “A fórmula preferida do professor”

Glossário

Número triangular: Um número triangular ou número de triângulo conta os objetos dispostos num triângulo equilátero. O n ésimo número triangular é o número de pontos no arranjo triangular com n pontos de um lado e é igual à soma dos n números naturais de 1 a n . A sequência de números triangulares (sequência A000217 no OEIS), iniciando no 0º número triangular, é

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666 ...

Sequência: Também conhecido por sucessão de inteiros. Trata-se de uma lista ordenada de números inteiros. Por exemplo, 1, 2, 3, 4, 5, ou -100, -99, -98, -97, São exemplos de sequências de números inteiros.

Números primos: Um número primo é um número inteiro maior que 1 cujos únicos divisores são 1 e ele próprio. Um divisor é um número inteiro que pode ser, igualmente, dividido noutro número. Os primeiros números primos são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29. Os números que têm mais de dois divisores são chamados de números compostos. O número 1 não é nem primo nem composto.

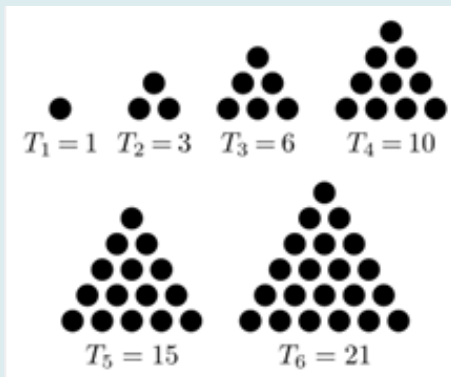
Número quadrado: Um número quadrado é o resultado da multiplicação de um número por ele mesmo. É o mesmo que elevar um número à potência de 2; por exemplo, o número quadrado de 3 é representado por 3^2 , que é igual a 9.

Teoria dos números: A teoria dos números (ou aritmética ou aritmética superior, antigamente) é um ramo da matemática pura dedicada principalmente ao estudo dos números inteiros. O matemático alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855) disse: "A matemática é a rainha das ciências - e a teoria dos números é a rainha da matemática". Os teóricos dos números estudam números primos, bem como as propriedades de objetos feitos de números inteiros (por exemplo, números racionais) ou definidos como generalizações dos números inteiros (por exemplo, números algébricos).

Um “número triangular” ou “número do triângulo” conta os objetos dispostos num triângulo equilátero. O enésimo número triangular é o número de pontos no arranjo triangular com n pontos de um lado e é igual à soma dos n números naturais de 1 a n .

O enésimo número triangular é expresso como T_n .

Os seis primeiros números triangulares estão representados abaixo:



Por exemplo, $T_3 = 6$, em que $n = 3$ é o tamanho do lado do triângulo e 6 é o número de pontos necessários para que o triângulo seja representado.

Pode usar uma fórmula explícita para estimar um número triangular; a fórmula é dada abaixo:

$$T_n = \sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Escreva uma equação aqui.



TAREFA

- (a) Use a fórmula dada acima para estimar os números triangulares T_4 e T_5
- (b) Estime o número de pontos e o comprimento do arranjo triangular para T_4 e T_5
- (c) Faça os arranjos triangulares para T_4 e T_5
- (d) Calcule a soma T_4 e T_5
- (e) Prove que a soma da sequência dois números triangulares é sempre um número quadrado (quadrado perfeito)
Nota: consulte as definições de “sequência” e de “número quadrado” no Glossário.
- (f) Os resultados de (d) refletem o que foi provado em (e)?

INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Se deseja investigar mais sobre os tópicos abordados nesta unidade, pode seguir as seguintes ligações:

<https://www.khanacademy.org/math/probability/probability-geometry/probability-basics/a/probability-the-basics>

Livros usados na introdução sobre matemática relacionados com a literatura:

[Cohen, M. D. \(2013\). Verdade e beleza: Matemática na literatura. \(N.º 106\). Professor de Matemática. Recuperado em](#)

<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=eric&AN=EJ1018180&site=eds-live&custid=s1098328>

<http://www.nctm.org/publications/article.aspx?id=35612>

[Furner, J.M., Yahya, N., & Duffy, M.L. \(2005\). Ensinar matemática: estratégias para alcançar todos os alunos. *Intervenção na escola e clínica*, 41, 16-23.](#)

[Zambo, R. \(2005\). O poder de dois: vinculando matemática e literatura. *Ensino de Matemática no Ensino Médio*, 10 \(8\), 394-399. Disponível em](#)
<http://www.jstor.org/stable/41182121>

Revisão do livro:

<https://www.ams.org/notices/201005/rtx100500635p.pdf?fbclid=IwAR1pCMwgeYrT42v-crjS43ttgGchjpaoOK3q4lGmrcNxyaxlNEqOWFEUMjY>

Glossário, números triangulares:

https://en.wikipedia.org/wiki/Triangular_number?fbclid=IwAR03qFwv1dxaBAIXkdh_gAmGALDjdL5Evr448uJyAVAZueMYTHD-CAjpaLI

O livro:

<https://ibaracaldo.files.wordpress.com/2013/06/ogawa-yoko-the-housekeeper-and-the-professor.pdf>