



## PARTE IV: Cinematografia e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 16 – 18

---

### UNIDADE 41: ABORDAGEM DA DERIVADA DE UMA FUNÇÃO ATRAVÉS DO FILME "ELEMENTOS SECRETOS"

---

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Guia do Professor

**Título:** Abordagem da derivada de uma função através do filme "Elementos Secretos"

**Faixa Etária:** 16 – 18 anos

**Duração:** 1 hora

**Conceitos matemáticos:** Método de Euler, Definição de Derivada

**Conceitos artísticos:** cinematografia

**Objetivos Gerais:** os alunos, num ambiente tranquilo, irão familiarizar-se com problemas matemáticos com conceitos dentro e fora da área matemática. Mesmo durante o trailer de 3 minutos, os alunos sentir-se-ão inspirados pela enorme contribuição das mulheres de cor nos EUA, no início do século 20, juntamente com o seu percurso para fazer história. Por fim, os alunos também praticarão alguns conceitos matemáticos da álgebra, nomeadamente a definição de derivada.

**Instruções e Metodologias:** é preferível seguir a estrutura desta unidade, uma vez que esta começa com algumas informações básicas simples sobre a ligação entre matemática e cinematografia em geral, além de obter mais detalhes sobre o filme específico que é usado. Em primeiro lugar, seria bom ver as fotos das três protagonistas e ler sobre a biografia do glossário. Então é dado o enredo; que pode ser lido individualmente por cada aluno ou em voz alta na classe, antes de ter a possibilidade de ver o trailer do filme, o qual pode conduzir a uma atividade de brainstorming. O educador pode colocar ambas questões sociais (também mencionadas brevemente na introdução) e questões matemáticas; por exemplo, perguntando aos alunos o que eles consideram ser o papel da matemática na astronáutica, antes de ler as informações na seção "Matemática por trás". Posteriormente, chegando ao final, há duas tarefas: a primeira pode ser feita como trabalho de casa, pedindo aos alunos que aprendam mais sobre um matemático considerável chamado Leonhard Euler; e Tarefa 2, que é um exercício matemático real, baseado no conceito de derivada.

**Dicas para o professor:** é importante mostrar aos alunos o trailer desde o início, a fim de prender a sua atenção. Também é crucial enfatizar que a postura sociológica

do filme (apresentando persuasão, coragem, persistência, devoção dos “computadores femininos” como foram chamadas, combinando trabalho duro e família), quer, também, outras questões mencionadas anteriormente, como os obstáculos de ser uma mulher e um Afro-Americano naquela época nos EUA.

**Recursos:** biografia das três protagonistas femininas, o trailer do filme, algumas fotos e duas tarefas.

**Objetivos de aprendizagem e competências:**

- reconhecer que a matemática, da forma mais simples à mais complicada, é importante, não apenas para o dia-a-dia, mas também responsável pelas maiores realizações da história da humanidade, conhecidas neste filme, como o lançamento na órbita e o seu retorno seguro
- usar a fórmula que estima a derivada de uma função.

**Síntese e avaliação:**

Indique 3 aspetos que tenha gostado nesta atividade	1. 2. 3.
Indique 2 aspetos que tenha aprendido	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar	1.

## Introdução

Segundo Polster (2012), existem mais de 700 filmes matemáticos, embora alguns estejam relacionados com a matemática em grande parte e outros muito menos. O cinema é considerado como uma injeção de momentos divertidos, que podem ser utilizados em cursos, na tentativa de tornar a aprendizagem da matemática mais interessante para o público jovem. Para esta unidade foi escolhido um filme recente (2016) chamado 'Elementos Secretos', por vários motivos.

Uma das razões deve-se às suas mensagens sociais de fortificação de mulheres e pessoas de cor no início do século XX. Muitas discussões de acordo com vários aspetos tais como se o tempo permitir, a composição da sala de aula e a idade dos alunos, podem surgir a partir deste filme (mesmo apenas vendo o trailer do filme; através do link fornecido posteriormente nesta unidade). Algumas dessas questões sociológicas são: raça, gênero, combinação de família e carreira, diferenças (se houver) entre o agora e o depois, entre países etc.

Em segundo lugar, pode elaborar discussões e pequenos projetos / pesquisas e / ou apresentações sobre um matemático famoso chamado Leonhard Euler, cujos métodos (usados, originalmente, noutro campo) foram úteis e usados no campo da astronáutica, mostrado neste filme.

Em terceiro lugar, como afirmado neste filme por Kirk Long (2017), é óbvio que a matemática está em toda parte, e os alunos devem de fato preocupar-se. Aceita-se que, treinar o cérebro de alguém em matemática permita que veja as conexões entre as coisas que de outra forma seriam esquecidas, assim como uma das três mulheres, Johnson, em "Elementos Secretos".

## Biografias



**Fig. 1 – Katherine Johnson**  
(Fonte: <https://www.nasa.gov/content/katherine-johnson-biography>)



**Fig. 2 – Dorothy Johnson Vaughan**  
(Fonte: <https://www.nasa.gov/content/dorothy-vaughan-biography>)



**Fig. 3 – Mary Jackson** (Fonte: <https://www.wikidata.org/wiki/Q27221300>)

**Katherine Coleman Goble Johnson** (26 de agosto de 1918 – 24 de fevereiro de 2020) é uma matemática Afro-Americana cujos cálculos da mecânica orbital como funcionária da NASA foram críticos para o sucesso dos primeiros e subsequentes vôos espaciais tripulados nos EUA. Durante os seus 35 anos de carreira na NASA e do seu predecessor, o Comitê Nacional para Aconselhamento sobre Aeronáutica, ganhou reputação por dominar cálculos manuais complexos e ajudou a agência espacial a ser pioneira no uso de computadores para executar as tarefas.

O trabalho de Johnson incluiu o cálculo de trajetórias, janelas de lançamento e rotas de regresso de emergência para os vôos espaciais do Project Mercury, incluindo os dos astronautas Alan Shepard, o primeiro americano no espaço, e John Glenn, o primeiro americano em órbita e um trajeto de encontro do Módulo Lunar Apollo e do Módulo de Comando e Serviço Apollo em voos para a Lua. Os seus cálculos também foram essenciais para o início do programa Space Shuttle, e ela trabalhou nos planos de uma missão para Marte. Em 2015, o presidente Barack Obama concedeu a Johnson a Medalha Presidencial da Liberdade.

Fonte original recuperada da Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Katherine\\_Johnson](https://en.wikipedia.org/wiki/Katherine_Johnson)

**Dorothy Johnson Vaughan** (20 de setembro de 1910 - 10 de novembro de 2008) era uma matemática Afro-Americana e um computador humano que trabalhava para o Comitê Nacional para Aconselhamento sobre Aeronáutica (NACA) e a NASA no Langley Research Center em Hampton, Virginia. Em 1949, tornou-se supervisora interina da West Area Computers, a primeira mulher Afro-Americana a supervisionar um grupo de funcionários no centro. Mais tarde, ela foi promovida oficialmente ao cargo. Durante os seus 28 anos de carreira, Vaughan preparou-se para ao começo aos computadores no início dos anos 1960, ensinando a si mesma e à sua equipa a linguagem de programação do FORTRAN; mais tarde, chefiou a seção de programação da Divisão de Análise e Computação (ACD) em Langley.

Fonte original recuperada da Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Dorothy\\_Vaughan](https://en.wikipedia.org/wiki/Dorothy_Vaughan)

**Mary Jackson** (9 de abril de 1921 - 11 de fevereiro de 2005) foi matemática e engenheira aeroespacial Afro-Americana no Comitê Nacional para Aconselhamento sobre Aeronáutica (NACA), que em 1958 foi sucedida pela Administração Nacional de Aeronáutica e Espaço (NASA). Trabalhou no Langley Research Center em Hampton, Virginia, durante a maior parte da sua carreira. Ela começou como um computador na divisão separada de West Area Computing. Teve aulas de engenharia avançada e, em 1958, tornou-se a primeira engenheira negra da NASA. Depois de 34 anos na NASA, Jackson ganhou o título de engenheira mais experiente. Ela percebeu que não poderia ganhar mais promoções sem se tornar supervisora e aceitou o rebaixamento para se tornar gerente do Programa Federal para Mulheres, do Escritório de Programas para Igualdade de Oportunidades da NASA e do Programa de Ação Afirmativa. Nessa função, ela trabalhou para influenciar a contratação e a promoção de mulheres nas carreiras de ciências, engenharia e matemática da NASA.

Fonte original recuperada da Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Mary\\_Jackson\\_\(engineer\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Mary_Jackson_(engineer))

## Enredo do filme 'Elementos Secretos'

O filme 'Elementos Secretos' conta a incrível história de Katherine Jonson (atriz Taraji P. Henson), Dorothy Vaughan (atriz Octavia Spencer) e Mary Jackson (atriz Janelle Monae) - três mulheres Afro-Americanas brilhantes que trabalham na NASA, que atuaram como os cérebros por trás do lançamento em órbita do astronauta John Glenn, uma conquista espetacular que virou a Corrida Espacial. O trio visionário cruzou todas as linhas raciais e de gênero e inspirou gerações.

A história desenrola-se no momento em que os Estados Unidos estavam em competição com a Rússia para colocar um homem no espaço. A NASA encontrou talento ocioso num grupo de matemáticas Afro-Americanas, o cérebro por trás de uma das maiores operações da história dos EUA. Baseado nas histórias de vida incrivelmente verdadeiras destas três mulheres, também conhecidas como 'computadores humanos', vemos com que rapidez esta foram promovidas na NASA ao lado de muitas das maiores mentes da história, com o único propósito de calcular o lançamento momentâneo do astronauta John Glenn em órbita, e garantir seu regresso seguro. Dorothy Vaughan, Mary Jackson e Katherine Gobel Johnson permaneceram na história como verdadeiras heroínas americanas, com o seu brilhantismo e desejo de sonhar grande.

Com este feito, alcançaram algo inédito para a humanidade (adaptado da fonte da Fox do século XX: <https://www.imdb.com/title/tt4846340/plotsummary>)



### O trailer do filme:

Você pode ver o trailer em: <https://www.youtube.com/watch?v=5wfrDhgUMGI>

## A Matemática por trás do filme “Elementos Secretos”



Use este link para se familiarizar com a parte matemática do filme:

[https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts\\_Fg](https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts_Fg)

A ideia inicial era que, para levar a América à lua, fosse necessário um foguetão maior. Além disso, novos tipos de trajetórias também eram necessários, porque até então estavam subindo e esperando ter sucesso. Assim, novos tipos de matemática foram considerados importantes para modelar essas trajetórias. É claro que muitas variáveis estão envolvidas nesses tipos de equações, e taticamente muito difíceis de estimar para as especificações que os militares e os astronautas estavam pedindo - mesmo o menor erro nos cálculos sobre quando desacelerar a sonda para iniciar sua descida até à atmosfera poderia resultar na sua queima, enquanto a Marinha exigia que a NASA pudesse derrubar a cápsula num raio de 32 quilômetros do oceano. Katherine Johnson foi fundamental para descobrir como resolver esse problema e, ao fazê-lo, expõe um dos motivos pelos quais a matemática é importante e interessante.

No filme, ela tem um momento eureka enquanto olha para um quadro negro e percebe que a “velha matemática” pode ser a chave. “Ela volta-se para o método de Euler, que, em termos leigos, permite ao matemático aproximar numericamente uma equação diferencial sem realmente resolvê-la. É um processo tedioso, mas esse processo (e outros que são filosoficamente semelhantes a ele) é o que dirige o cérebro matemática dos nossos computadores atualmente - algo que Dorothy Vaughan ajudou a implementar no final do filme, quando ela usou o maciço



computador da IBM para iniciar verificando os números realizados por Johnson e outros computadores.<sup>1</sup>

Johnson revela a razão mais fundamental pela qual a matemática é importante para as nossas vidas, e é porque elas estão interconectadas e interligadas em tudo. Embora Euler usasse esse método em outro contexto, aqui o seu uso mostrou-se vital para pousar homens na lua. Da mesma forma, resolver essas equações diferenciais não é importante apenas para os cientistas - eles permitiram avanços supremos em quase todos os campos de estudo, desde o melhor atendimento ao paciente até aos carros autônomos.

## Algumas fórmulas

O **método de Euler**, apresentado no filme, é um método numérico para resolver a equação diferencial de primeiro grau de primeira ordem com um determinado valor inicial. É o método explícito mais básico para integração numérica de equações diferenciais ordinárias. A compreensão profunda do método é bastante difícil e enquadra-se nos currículos de matemática da universidade. No entanto, podemos mencionar que é inteiramente baseado na aquisição de conhecimento especial sobre “derivadas”.

9

A **derivada de uma função** de uma variável real mede a sensibilidade à alteração do valor da função (valor de saída) em relação a uma alteração no seu argumento (valor de entrada). As derivadas são uma ferramenta fundamental do cálculo. Por exemplo, a derivada da posição de um objeto em movimento em relação ao tempo é a velocidade do objeto: mede a rapidez com que a posição do objeto muda quando o tempo avança.

---

<sup>1</sup> A matemática por trás de “Elementos Secretos” – Porque as áreas STEM são importantes e a matemática está em todo o lado !, publicado em 04/02/2017 Consultado em 25/07/2019. <https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/>

A derivada de uma função de uma única variável num valor de entrada escolhido, quando existe, é a inclinação da linha tangente ao gráfico da função naquele ponto (ponto P na figura abaixo). A linha tangente é a melhor aproximação linear da função perto desse valor de entrada. Por esse motivo, a derivada é frequentemente descrita como a "taxa de variação instantânea", a razão entre a variação instantânea na variável dependente e a da variável independente.

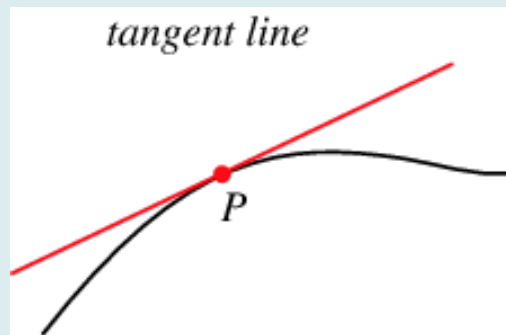
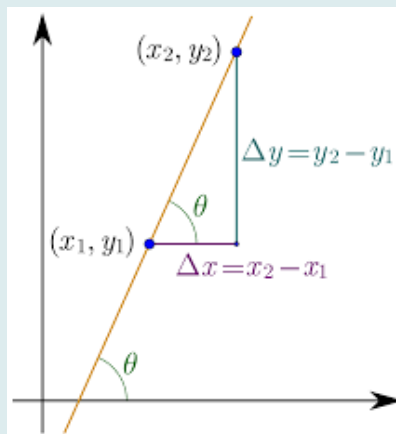


Fig. 4 – A derivada da função no ponto P é a inclinação da linha tangente (a vermelho) ao gráfico da função (a preto) nesse ponto específico.

Consequentemente, a derivada da função está fortemente ligada com a fórmula que explica a inclinação.

$$\text{declive} = \frac{\text{variação de } y}{\text{variação de } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

A fórmula ocorre se considerarmos que há uma alteração no eixo  $x$  do ponto  $x$  ao ponto  $(x + \Delta x)$ , com uma mudança simultânea no eixo  $y$ , de  $f(x)$  para  $f(x + \Delta x)$ . A letra grega  $\Delta$  é usada quando queremos mostrar que essa alteração é muito pequena.

A fórmula implica que estimamos esse limite quando  $\Delta x$  se aproxima de 0.

**Método de Euler:** o método de Euler é um método numérico para resolver a equação diferencial de primeiro grau de primeira ordem com um determinado valor inicial. É o método explícito mais básico para integração numérica de equações diferenciais ordinárias e é o método mais simples de Runge-Kutta. O método Euler recebeu o nome de Leonhard Euler, que o tratou no seu livro *Institutionum calculi integralis* (publicado 1768-1870). O método Euler é um método de primeira ordem, o que significa que o erro local (erro por etapa) é proporcional ao erro quadrado do tamanho da etapa e o erro global (erro num determinado momento) é proporcional ao tamanho da etapa. O método de Euler geralmente serve como base para construir métodos mais complexos, por exemplo, método preditor-corretor.

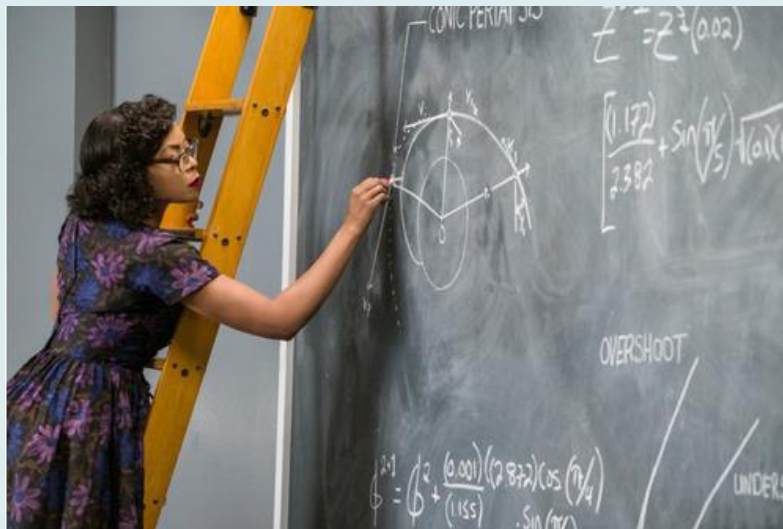


Fig. 5 – Katherine Johnson (interpretada por Taraji P. Henson) calcula trajetórias de inserção orbital para o programa Mercury usando o método de Euler nesta cena do filme *Elementos Secretos*<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Crédito: TM e © 2017 Twentieth Century Fox Film Corporation. Todos os direitos reservados. Retirado de: <https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/>

## TAREFAS

### TAREFA 1

Uma vez que grande parte da matemática por trás deste filme é baseada no trabalho de um das mais famosas celebridades matemáticas, Leonhard Euler, faça uma pequena pesquisa e, em seguida, uma apresentação de 5 a 7 diapositivos, apresentando a sua personalidade matemática conhecida.

### TAREFA 2

Use a fórmula que estima a derivada de uma função para provar que a derivada de  $x^2$  é  $2x$ .

## INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

20th Century Fox

<http://www.foxmovies.com/movies/hidden-figures>

Método de Euler

<http://www.mat.uc.pt/~amca/MPII0607/folha3.pdf>

Apollo 11

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Apollo\\_11](https://pt.wikipedia.org/wiki/Apollo_11)