

**PARTE IV: Cinematografia e
Matemática**

FAIXA ETÁRIA: 16 – 18

**UNIDADE 40: ABORDANDO A
TEORIA DOS NÚMEROS PRIMOS
ATRAVÉS DO FILME "O HOMEM
QUE VIU O INFINITO"**

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Guia do Professor

Título: Abordando a teoria dos Números primos e as Partições através do filme "O homem que viu o infinito"

Faixa Etária: 16 – 18 anos

Duração: 90 minutos

Conceitos matemáticos: Teoria dos Números Primos e Partições

Conceitos artísticos: cinematografia

Objetivos Gerais: os alunos com conhecimentos matemáticos irão familiarizar-se com os números primos e partições, usar os exemplos matemáticos dados, analisar a tarefa e aprender (ou pelo menos familiarizar-se) com a fórmula das partições. Eles também verão algumas das etapas que envolvem uma pesquisa matemática. Na arte que está por trás, eles terão a possibilidade de ver o grande número de filmes matemáticos que existem e familiarizar-se com Ramanujan, o seu trabalho e a sua biografia, através de fotos, vídeos e alguns fragmentos literários.

Instruções e Metodologias: as metodologias usadas aqui seguem a taxonomia de Blooms, começando com o conhecimento de quem era Ramanujan; um lembrete do que são números primos e partições, para um nível mais abrangente de explicação. Em seguida, eles aplicarão a sua própria, pequena, fórmula na tarefa dada para o objetivo final de poder usar o seu conhecimento nas partições.

Dicas para o professor: essa unidade começa por fornecer algumas informações por vídeos do Youtube, fotos e a biografia do matemático, antes de o associar ao filme e os elementos dele. Será importante “prender” o interesse dos alunos enfatizando as dificuldades que Ramanujan enfrentava no seu tempo e na vida real (incluindo pobreza e obstáculos devido à sua origem indiana). É uma boa ideia enfatizar, também, elementos do carácter de alguém como um exemplo / modelo para os alunos, o que ajudou Ramanujan a se destacar, além de sua mente prodigiosa, como sua persistência, trabalho duro e devoção que o ajudaram a permanecer na história (esses elementos são óbvios no link do vídeo na sua biografia).

Recursos: vídeos do YouTube que consistem numa sinopse da vida real de Srinivasa Ramanujan e trechos do filme "O homem que viu o infinito". Há algumas fotografias; a biografia de Ramanujan e exemplos de partições; a tarefa em si, Ramanujan e um vídeo do youtube explicando isso.

Objetivos de aprendizagem e competências: no final desta unidade os alunos serão capazes de:

- o identificar quem era esse grande matemático (elementos biográficos);
- o experimentar com sua própria fórmula de partições.

Síntese e avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado nesta atividade	1. 2. 3.
Indique 2 aspetos que tenha aprendido	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar	1.

Introdução

Segundo Polster (2012), existem mais de 700 filmes matemáticos, embora alguns estejam relacionados com a matemática em grande parte e outros muito menos; são considerados como uma injeção de momentos divertidos, que podem ser utilizados em cursos, na tentativa de tornar a aprendizagem da matemática mais interessante para o público jovem. Para esta unidade foi escolhido, por vários motivos, o filme 'O homem que viu o infinito' baseado no livro homônimo de Robert Kanigel.

Em primeiro lugar, é um dos filmes relacionados à matemática e à história de um grande matemático indiano do século XX, chamado Srinivasa Ramanujan. Além disso, o filme tem para oferecer ótimas ideias apresentando a matemática como arte, mas também como um processo criativo de descoberta, apresentando vários conceitos matemáticos e principalmente números primos e partições. O filme também traz grandes implicações para o personagem, como modelo para jovens adultos.

O filme captura as compreensões do que significa realizar pesquisas matemáticas. O protagonista é estimulado, principalmente, pela curiosidade e tenta capturar as ligações impressionantes e graciosas entre conceitos abstratos. Estas explorações envolvem, naturalmente, algum tipo de experiência, mas confiam, principalmente, em ideias e símbolos, em detrimento de coisas físicas. Como podemos ver no livro e no filme, existem muitos enganos e becos sem saída. É, necessária, assim mais persistência. Essa é a razão pela qual quando o personagem entra na educação típica da Universidade Inglesa, é obrigado a fornecer provas - justificações completas, verificáveis e lógicas - das suas afirmações. Defender a tese pode ser difícil e geralmente leva muito mais tempo que a descoberta inicial.

O que é enfatizado no filme, e uma obrigação da pesquisa matemática real, é evitar a tentação, mesmo até de grandes mentes, de passar de descoberta em descoberta, antes de dar as provas irrefutáveis para apoiar as já encontradas. Na Índia, Ramanujan não possuía essa educação. O ensino superior em matemática visa promover isso. Em Cambridge, ele teve que recuperar o atraso e preencher essas lacunas.

Biografia

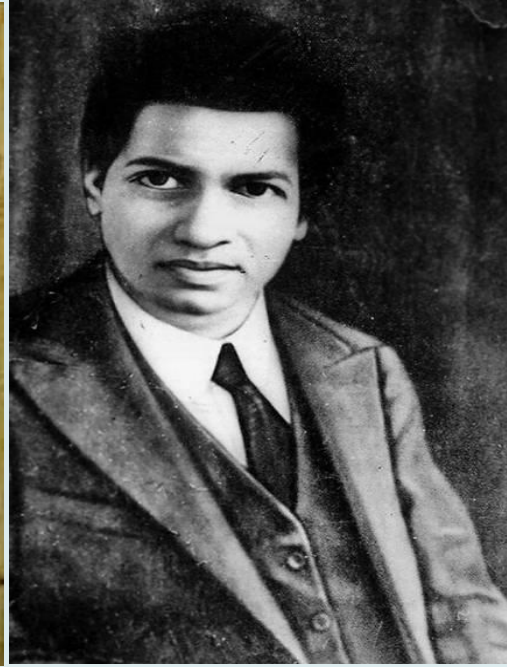


Fig. 2 – Notas originais de Ramanujan (Fonte: <https://writings.stephenwolfram.com/2016/04/who-was-ramanujan/>)

Fig. 2 – Ramanujan (Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan)

=

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{n-1}}{1+x} \left\{ 1 - \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)L} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+1)L^2} x^2 - \dots \right\} dx$$

$$= \frac{\alpha-n}{\alpha+\beta-n} \left\{ \frac{1}{\alpha+\beta-n} + \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)L} \cdot \frac{1}{\alpha+\beta-n+1} + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+1)L^2} \cdot \frac{1}{\alpha+\beta-n+2} + \dots \right\}$$

$$= \frac{\alpha-n}{\alpha-1} \left\{ \frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha n}{(\alpha+\beta)L} \cdot \frac{1}{\alpha+1} + \frac{\alpha(\alpha+1)n(n+1)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+1)L^2} \cdot \frac{1}{\alpha+2} + \dots \right\}$$

If $\alpha/\beta = 1$, then

$$1 + \frac{\alpha}{L} \cdot \frac{\beta}{\gamma+1} \cdot \frac{(1-\sqrt{1-x})}{2} + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{L^2(\gamma+1)(\gamma+2)} \cdot \frac{(1-\sqrt{1-x})^2}{2} + \dots$$

$$= \left(\frac{1+\sqrt{1-x}}{2} \right)^\gamma, \text{ from VIII 11 v. 27 a. 9 alone.}$$

6

Fig. 3 – Notas de Ramanujan (Fonte: <https://www.imsc.res.in/~rao/ramanujan/NoteBooks/NoteBook1/chapterXIII/images/?C=S;O=A>)

Srinivasa Ramanujan (22 de dezembro de 1887 - 26 de abril de 1920) era um matemático indiano que viveu durante o Domínio Britânico na Índia. Embora ele quase não tivesse preparação formal em matemática pura, ele fez contribuições substanciais para a análise matemática, teoria dos números, séries infinitas e frações contínuas, incluindo soluções para problemas matemáticos então considerados insolúveis. Ramanujan desenvolveu inicialmente sua própria pesquisa matemática isoladamente. Buscando matemáticos que pudessem entender melhor seu trabalho, em 1913 ele iniciou uma parceria postal com o matemático inglês G. H. Hardy na Universidade de Cambridge, Inglaterra. Nas suas anotações, Ramanujan tinha produzido novos teoremas inovadores, incluindo alguns que Hardy afirmou ter "derrotado [ele e seus colegas] completamente", além de redescobrir resultados recentemente comprovados, mas altamente avançados.

Durante a sua vida curta, Ramanujan compilou de forma independente quase 3.900 resultados (principalmente identidades e equações). Muitos eram completamente novos; os seus resultados originais e altamente não convencionais, como o primo de Ramanujan, a função teta de Ramanujan, fórmulas de partição e funções teta de mock, abriram novas áreas de trabalho e inspiraram uma vasta quantidade de pesquisas adicionais. Quase todas as suas alegações já se mostraram corretas. O Ramanujan Journal, um periódico científico com revisão por pares, foi criado para publicar trabalhos em todas as áreas da matemática influenciadas por Ramanujan, e os seus cadernos - contendo resumos de seus resultados publicados e não publicados - foram analisados e estudados por décadas desde a sua morte como fonte de novas idéias matemáticas.

7

Em 1919, problemas de saúde, que agora supõem-se terem sido amebíase hepática, obrigaram o retorno de Ramanujan à Índia, onde morreu em 1920 aos 32 anos. Informação retirada de: Wikipedia:

https://en.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan.

Enredo do filme 'O homem que viu o infinito'

No século XX, Srinivasa Ramanujan é um cidadão pobre e sob pressão que vive na Índia, mais especificamente na cidade de Madras, trabalhando em empregos não qualificados na fronteira da pobreza. Enquanto trabalhava, os seus empregadores têm conhecimento das suas habilidades excepcionais na matemática e começam a usá-lo em tarefas básicas de contabilidade. Depois dos seus empregadores perceberem que as suas ideias matemáticas excediam as simples tarefas contabilísticas, incentivam-no a disponibilizar os seus próprios trabalhos matemáticos ao público e a começar a entrar em contacto com professores de matemática em universidades fora da Índia. Uma dessas cartas é enviada para G.H. Hardy, um famoso matemático da Universidade de Cambridge, que se começa a interessar por Ramanujan.

Ramanujan ao mesmo tempo casa-se enquanto trabalha e envia as suas primeiras publicações. Hardy quase imediatamente convida Ramanujan para Cambridge para avaliar a sua determinação como um possível matemático teórico. Ramanujan está animado com a oportunidade e decide perseguir a oferta de Hardy, embora isso signifique que ele tem de deixar a sua esposa por um longo período. Ele afasta-se ternamente da esposa e promete continuar a escrever-lhe cartas.

Assim que chega a Cambridge, Ramanujan enfrenta várias formas de chauvinismo racial e considera a alteração de vida em Inglaterra mais difícil do que o esperado. Embora Hardy esteja muito impressionado com as capacidades de Ramanujan, ele está preocupado com a capacidade de Ramanujan de falar de forma eficaz devido à sua falta de experiência em escrever provas, mas com determinação ele consegue que Ramanujan publique num jornal de renome. Enquanto isso, Ramanujan descobre que sofre de tuberculose, enquanto as cartas regularmente enviadas para a sua esposa permanecem sem resposta ao fim de muitos meses.

Hardy, apesar de continuar a ver um futuro promissor em Ramanujan, continua inconsciente das dificuldades pessoais que ele está a enfrentar no que respeita à sua saúde e a perda de comunicação com sua esposa. A saúde de Ramanujan piora enquanto ele continua a desenvolver interesses de pesquisa cada vez mais profundos na matemática, sob a supervisão de Hardy e outros colegas de Cambridge.

A sua esposa finalmente descobre que a mãe escondeu as suas cartas e não as enviou para Ramanujan. Hardy tenta fazer com que as capacidades excepcionais de matemática de Ramanujan sejam totalmente aceites pela sua universidade, ao nomear Ramanujan para uma bolsa de estudos no Trinity College. Inicialmente, Hardy falha devido à política relacionada à faculdade e ao preconceito racial persistente da época. Mais tarde, embora já com o apoio de membros-chave da faculdade, Hardy nomeia Ramanujan mais uma vez para uma bolsa de estudos; e ele é finalmente aceite como membro da Royal Society e depois como membro do Trinity College. Ramanujan está no final reunido com a sua família na Índia, apesar do declínio da sua saúde que se devia principalmente à habitação precária e clima rigoroso de inverno em Inglaterra, acabando por o levar à sua morte prematura logo após o seu reconhecimento como matemático de mérito e importância internacional.



Trailer do filme

<https://www.youtube.com/watch?v=oXGm9Vlfx4w>

Glossário

Número primo: um número primo é um número inteiro maior que 1 cujos únicos fatores são 1 e ele próprio. Um fator é um número inteiro que pode ser dividido igualmente por outro número. Os primeiros números primos são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29. Os números que têm mais de dois fatores são chamados de números compostos. O número 1 não é nem primo nem composto.

Partição: Na teoria dos números e na combinatória, uma partição de um número inteiro positivo n , também chamada partição de número inteiro, é uma maneira de escrever n como uma soma de números inteiros positivos. Duas somas que diferem apenas na ordem de seus somatórios são consideradas a mesma partição. (Se a ordem importa, a soma torna-se uma composição.)

Um somatório numa partição também é chamado de parte. O número de partições de n é dado pela função de partição $p(n)$. Então $p(4) = 5$. A notação $\lambda \vdash n$ significa que λ é uma partição de n . As partições podem ser visualizadas graficamente com diagramas Young ou Ferrers. Eles ocorrem em vários ramos da matemática e da física, incluindo o estudo de polinômios simétricos e do grupo simétrico e na teoria de representação de grupos em geral.

A Matemática por trás do filme “O Homem que Viu o infinito”

Exemplo

As sete partições de 5 são:

- 5
- $4 + 1$
- $3 + 2$
- $3 + 1 + 1$
- $2 + 2 + 1$
- $2 + 1 + 1 + 1$
- $1 + 1 + 1 + 1 + 1$

Nalgumas fontes, as partições são tratadas como a sequência de somatórios, e não como uma expressão com sinais de adição. Por exemplo, a partição $2 + 2 + 1$ pode ser escrita como a tupla $(2, 2, 1)$ ou na forma ainda mais compacta $(2^2, 1)$ em que o sobrescrito indica o número de repetições de um termo.

 **TAREFA**

A função de partição $p(n)$ representa o número de partições possíveis de um número inteiro não negativo. Por exemplo, $p(4) = 5$, porque o número inteiro 4 tem as cinco partições:

$$1 + 1 + 1 + 1;$$

$$1 + 1 + 2;$$

$$1 + 3;$$

$$2 + 2;$$

- e 4

Dado isto, estime a soma $S = p(4) + p(6) + p(8)$



Vídeo a explicar a fórmula de Ramanujan:

<https://www.youtube.com/watch?v=nxdGOLp56nc>

INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Livros sobre matemática relacionados com filmes:

Polster, B., & Ross, M. (2012). Math goes to the movies. Baltimore: Johns Hopkins University Press. Retrieved from

<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=nlebk&AN=597694&site=eds-live&custid=s1098328>

Biografia de Ramanujan:

https://en.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan

O que é um número primo:

<https://whatis.techtarget.com/definition/prime-number>

O que são partições:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Partition_\(number_theory\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Partition_(number_theory))

Fórmula de Ramanujan:

<https://www.newscientist.com/article/dn20039-deep-meaning-in-ramanujans-simple-pattern/>

O Homem que viu o infinito: inspiração, rigor e a arte da matemática

May 24, 2016:

<https://theconversation.com/the-man-who-knew-infinity-inspiration-rigour-and-the-art-of-mathematics-59520>