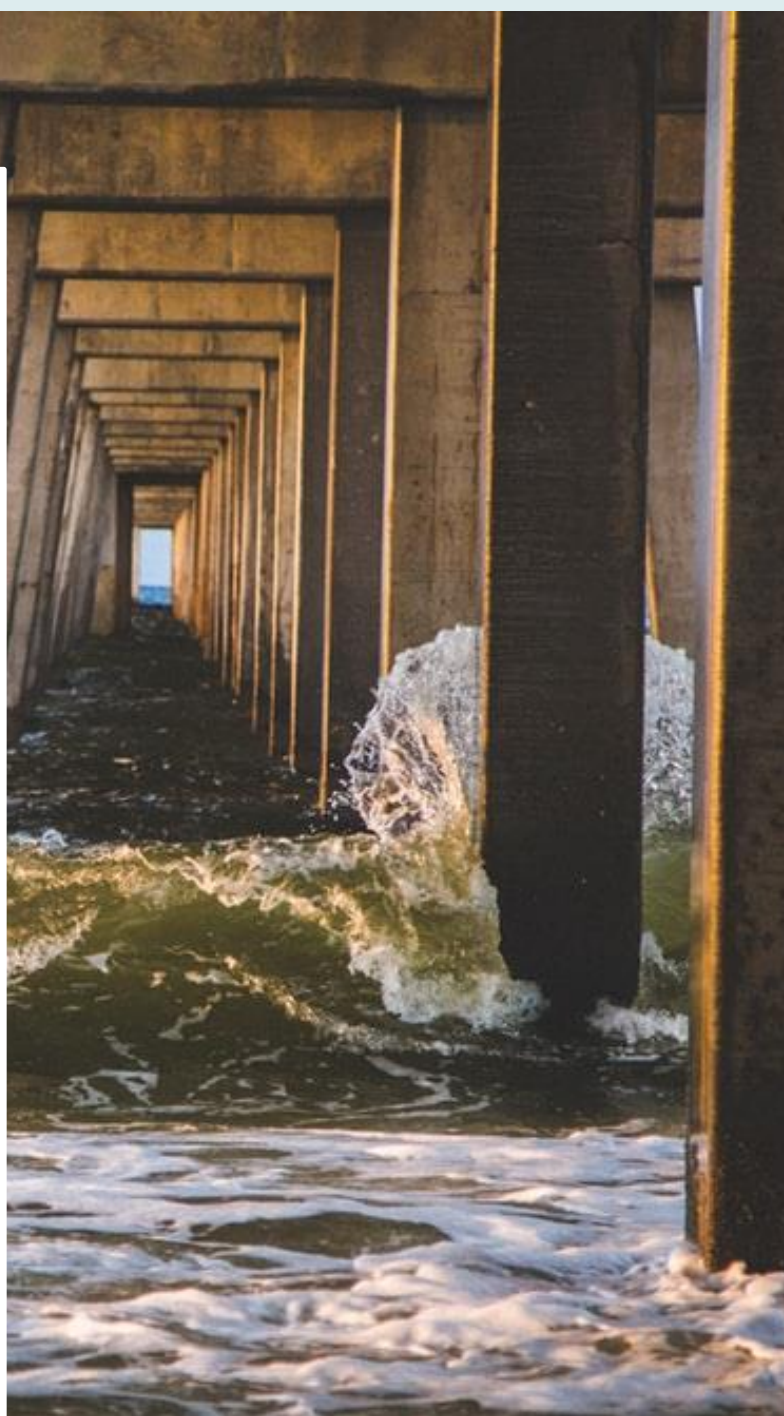


PARTE I: Artes Visuais e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 13 – 15

UNIDADE 4: POLIEDROS E PERSPETIVA

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Guia do Professor

Título: Poliedros e Perspetiva

Faixa Etária: 13 – 15 anos

Duração: 2 horas

Conceitos matemáticos: Poliedros, Poliedros Convexos, Sólidos Platónicos, Hexaedros, Tetraedros, Octaedros, Icosaedros, Dodecaedros

Conceitos artísticos: Perspetiva linear, perspetiva de cor, ponto de fuga

Objetivos Gerais: Identificar e reconhecer sólidos platónicos; analisar diferentes técnicas na forma como os artistas desenvolveram as suas habilidades ao longo do tempo, nomeadamente através do uso da técnica da perspetiva

Instruções e Metodologias: Apresentar aos alunos pinturas em escala grande para que estes obtenham uma noção clara acerca do conceito de perspetiva, seja através de projeção de pinturas, seja acedendo à Internet

Recursos: Caneta, régua e lápis de cor ou marcadores

Dicas para o professor: Preparar planificações de sólidos platónicos e distribuí-los aos alunos caso revelem dificuldades em resolver os exercícios 4 e 5. Ao poder tocá-los com as próprias mãos, compreenderão melhor o seu conceito

Objetivos de aprendizagem e competências: No final desta unidade, o estudante estará apto a:

- Compreender o processo lógico por detrás de diferentes formas segundo as quais vários artistas desenvolveram pinturas através do uso da perspetiva linear e da perspetiva aérea;
- Conhecer a diferença entre perspetiva linear e da perspetiva aérea;
- Compreender o conceito de sólido platónico e os requisitos que levam um poliedro a ser considerado um, bem como ser capaz de nomeá-los a todos.

Síntese e Avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado acerca desta atividade:	1. 2. 3.
Indique 2 conceitos que tenha aprendido:	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar:	1.

Introdução

Os poliedros têm desenvolvido uma relação próxima com a Arte ao longo de milhares de anos.

Centenas de artefactos que se assemelham a poliedros, tidos como originários do período neolítico (por volta do ano 5000 A.C.), foram encontrados na Escócia. Alguns deles (Fig. 1) estão agora expostos no Museu Ashmolean, em Oxford.



Fig. 1 - Pedras esculpidas em bolas de pedra do período neolítico
(Source: <https://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/neolithic.html>)

Não obstante, na Grécia Antiga, os poliedros eram um símbolo de profunda crença religiosa e filosófica. O matemático e filósofo Platão (428-347 A.C.), no seu diálogo escrito *Timeu* (c. 360 A.C.), associou os cinco poliedros regulares convexos aos quatro elementos básicos tidos como a base do mundo físico – Ar, Água, Terra e Fogo (e o Universo).

Por mais mística que a teoria de Platão possa ter soado, acabou por influenciar muitos outros filósofos nos séculos seguintes, tanto que estes sólidos ficaram conhecidos como Sólidos Platónicos. Por exemplo, Johannes Kepler (1571-1630), na sua procura por uma ordem matemática no mundo, inspirado por essa teoria, representou os elementos tal como apresentados na Fig. 2.

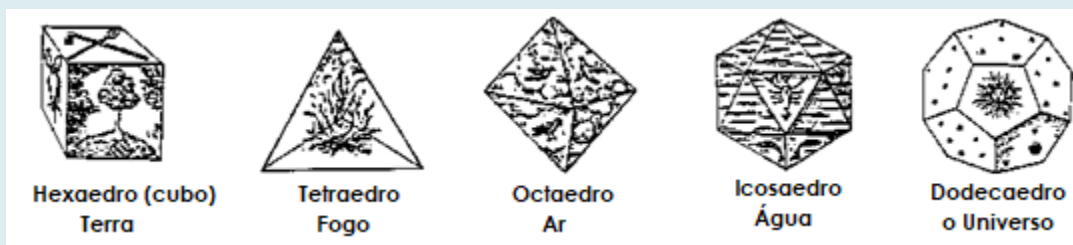


Fig. 2 - A associação de Platão dos Sólidos Platónicos aos Elementos, por Johannes Kepler
(Fonte: <http://thewondersofmathandart.blogspot.com/2012/11/patterns-in-void-platonic-solids-in.html>)

Poliedros e Perspetiva

Perspetiva Linear

A relação entre poliedros e arte atingiu o seu pico durante o período do Renascimento (1300-1600), depois do escultor e arquiteto Filippo Brunelleschi (1377-1446) ter descoberto os princípios de perspetiva linear. Esta consiste numa técnica que cria, com sucesso, uma ilusão de profundidade numa superfície plana.

Após a publicação do seu método, este espalhou-se pela Itália e Europa, e outros artistas adotaram-no, tendo-o, inclusive, aperfeiçoado. Um ótimo exemplo de tal implementação em pinturas é a obra-prima “A Última Ceia” (1495-98), de Leonardo da Vinci (Fig. 3).



Fig. 3 – A Última Ceia (1495-98), de Leonardo da Vinci
(Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Last_Supper)

O conceito de poliedros e sólidos platónicos cresceu de forma ainda mais ampla depois de vários artistas terem começado a usá-los nas suas composições. Esta forma de ilustração, usando princípios de perspetiva linear, tornou explícita a distinção entre as faces da frente e de trás de polígonos poliedros (Fig. 4), ao contrário de representações prévias, nas quais os polígonos frontais e posteriores eram visualmente indistinguíveis e / ou confusos.

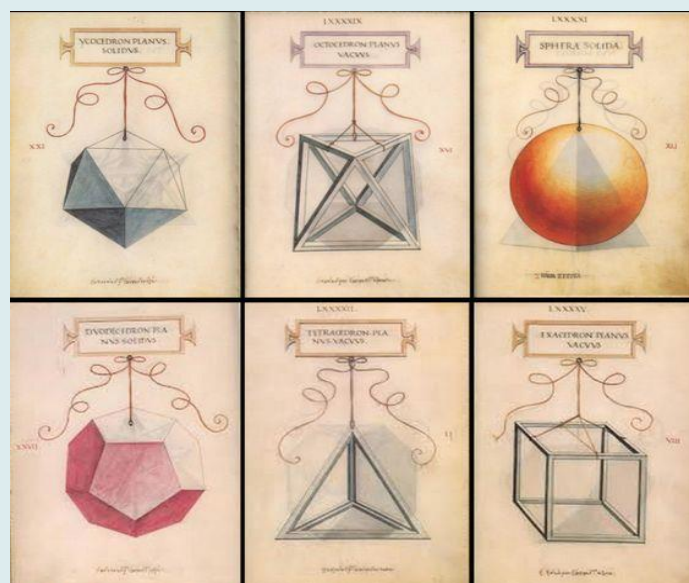


Fig. 4 – Ilustrações de poliedros do livro “A Proporção Divina” (1509) de Luca Pacioli, por Leonardo da Vinci. (Fonte: <https://lifethroughamathematicianseyes.wordpress.com/2018/01/24/leonardo-da-vincis-geometric-sketches/>)

Nos dias de hoje, o uso de poliedros pode ser encontrado sob outras formas de arte, como no design e na arquitetura.



Fig. 5 – “Yin and Yang”, de George W. Hart (Fonte: <https://www.georgehart.com/sculpture/yin-yang.html>)



Fig. 6 – Auditório La Seine Musicale, em Paris (Fonte: GraphyArchy [CC BY-SA 4.0] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>)



Fig. 7 – Poliedro Habitável, por Manuel Villa (Fonte: <https://newatlas.com/habitable-polyhedron-pod/22858/#gallery>)



Fig. 8 – Edifício da Casa da Música, no Porto (Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Casa-da-musica\(exterior\).1000.jpg#filelinks](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Casa-da-musica(exterior).1000.jpg#filelinks))

Perspetiva aérea (perspetiva de cor)

Após a perspetiva linear ter sido adotada e dominada por vários artistas, outras formas de criar uma ilusão de profundidade tornaram-se tema de estudo. Uma delas é conhecida como perspetiva aérea, na qual reside a regra de usar cores mais escuras e sombras no primeiro plano de uma ilustração, e cores mais claras no fundo de forma a criar profundidade.

Um ótimo exemplo de perspetiva aérea usada em quadros são as das figuras 8 e 9, da autoria do pintor romântico Caspar David Friedrich (1774-1840):



Fig. 9 – “Caminhante sobre o mar de névoa” (1818), de Caspar David Friedrich

(Fonte: <https://www.wga.hu/frames-e.html?/html/f/friedric/2/209fried.html>)



Fig. 10 – “Paisagem rochosa nas montanhas de arenito do Elba” (1822-23), por Caspar David Friedrich

(Fonte: <https://digital.belvedere.at/objects/8389/felsenlandschaft-imelbsandsteingebirge>)

Como pode ser observado, cores mais claras e difusas representam um horizonte / fundo distante, enquanto as cores mais escuras, em primeiro plano, parecem mais próximas ao observador. A utilização de cores de forma tão natural afeta os olhos do observador, ao ponto de criar uma ilusão de profundidade.

Glossário

Perspetiva Aérea (perspetiva de cor) técnica usada em artes visuais através da manipulação de tonalidades de cores, a fim de obter uma sensação de profundidade numa superfície plana bidimensional.

Perspetiva Linear: técnica usada para fazer uma representação aproximada de uma imagem tridimensional, tal como é vista pelo olho humano, numa superfície bidimensional, usando linhas paralelas (ortogonais) que se intercetam num único ponto da composição de um horizonte.

Renascimento: derivado da palavra italiana “Rinascimento”, representa um renascimento cultural, que marcou uma transição da Idade Média para a modernidade. Começou em Florença, Itália, e espalhou-se por toda a Europa.

Ponto de Fuga: ponto único no horizonte de uma composição artística usado na Perspetiva Linear, no qual todas as linhas paralelas (ortogonais) convergem nesse ponto. Normalmente, o/a protagonista de uma composição ocupa esse ponto.

A Matemática por trás da Perspetiva

Filippo Brunelleschi percebeu que, se linhas paralelas convergissem num único ponto de uma tela, criaria uma ilusão de profundidade, o que o levou a descobrir um método no qual, dentro de um quadro/pintura, seria capaz de determinar matematicamente as proporções corretas de um objeto, em escala real.

Numa das suas experiências mais notáveis (Fig. 11), Filippo Brunelleschi esboçou o Batistério de São João, em Florença, numa tela e nela perfurou um pequeno buraco. De seguida, colocou um homem a segurar na tela na direção do verdadeiro Batistério, com um espelho no meio. Perguntara, então, ao homem o que este via através da tela, que lhe espondeu: “Oh, é o Batistério, Sr. Filippo!”. Brunelleschi tinha acabado de retratar o edifício através de uma técnica perfeita de perspetiva.

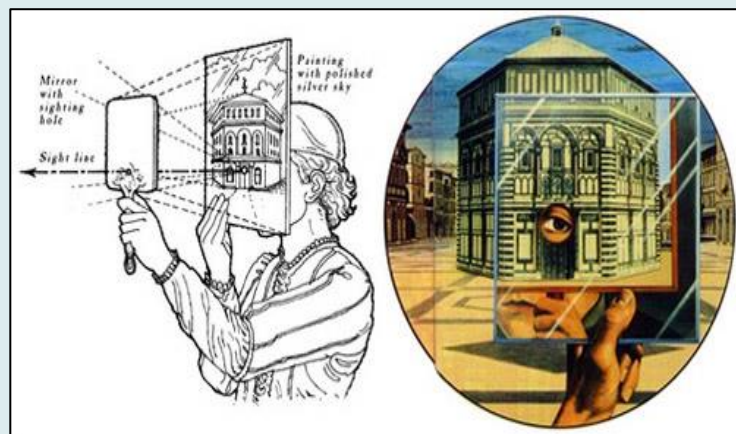


Fig. 11 – Experiência de Filippo Brunelleschi (Fonte: <https://lifethroughamathematicianseyes.wordpress.com/2018/01/24/leonardo-da-vincis-geometric-sketches/>)

8

Para melhor compreender este conceito, observe a obra original da “Última Ceia” (Fig. 3), e como esta pode ser decomposta numa perspetiva linear, numa tentativa bem-sucedida de criar uma ilusão de profundidade (Fig. 12):

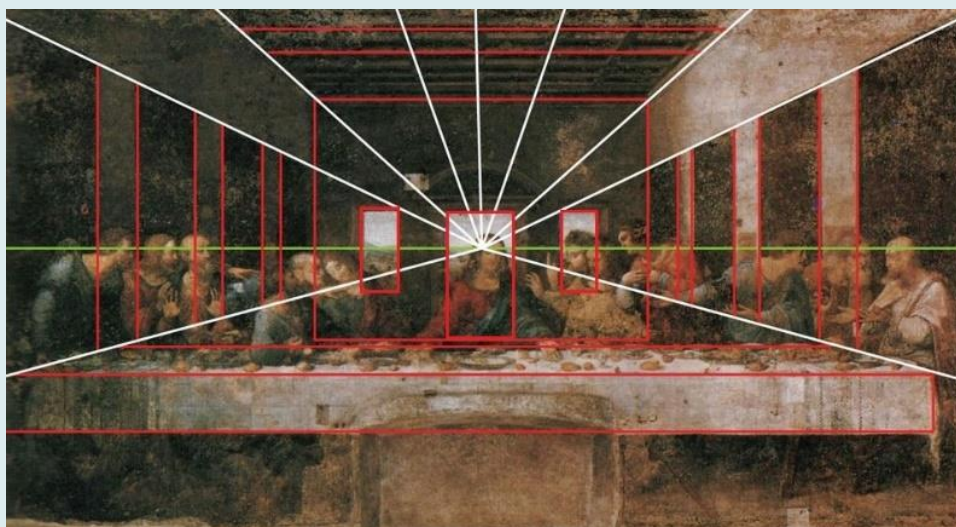


Fig. 12 – Presença da Perspetiva Linear na Última Ceia (1495-98)
(Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Last_Supper)

Quanto à Perspetiva Aérea, basta simplesmente dividir a tela em “camadas” e pintá-las adequadamente.

Uma perfeita representação da mesma regra dá-se na Figura 13, na qual os tons mais escuros estão em primeiro plano. Contudo, conforme as planícies recuam em direção ao horizonte, as cores vão ficando mais pálidas, criando profundidade no quadro.



Fig. 13 – Representação de Perspetiva Aérea

(Fonte: [Sem Título], <http://spartanartb.blogspot.com/2014/07/8th-grade-color-value-landscapes.html>)

De volta aos Poliedros, Leonhard Euler (1707-1783) havia estabelecido a fórmula $F + V = A + 2$, mais conhecida como Relação de Euler. Esta fórmula afirma que, num poliedro convexo, o número de faces (F) mais o número de vértices (V) é igual ao número de arestas (F) mais dois.

Por exemplo, um hexaedro tem 8 vértices, 12 arestas e 6 faces. Desta forma, $F + V = A + 2$ é igual a $6 + 8 = 12 + 2$.

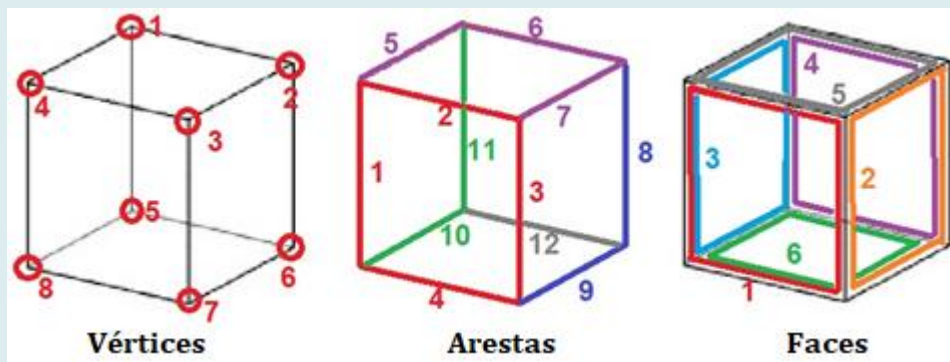


Fig. 14 – Vértices, Arestas e Faces de um Hexaedro (Fonte: Autor)

 **TAREFA 1**

Considerando os princípios de perspectiva linear:

1.1. Consegue detetar o ponto de fuga? Assinale-o na versão a preto e branco.



Fig. 15 – A Entrega das Chaves a São Pedro (1481-82), de Pietro Perugino
(Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PeruginoKeys.jpg>)

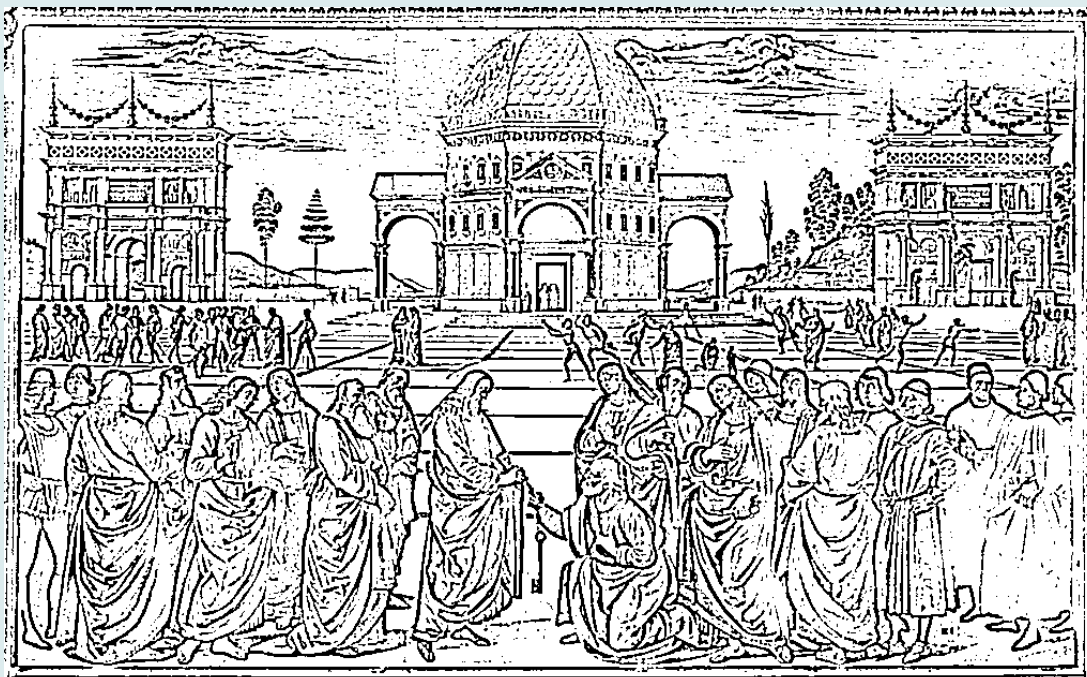


Fig. 16 – A Entrega das Chaves a São Pedro (1481-82), de Pietro Perugino (1481-82)
(Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PeruginoKeys.jpg>; Editado por: Autor, 2019)

1.2. Consegue detetar semelhanças com a perspetiva linear na seguinte fotografia? Assinale-as na versão a preto e branco.



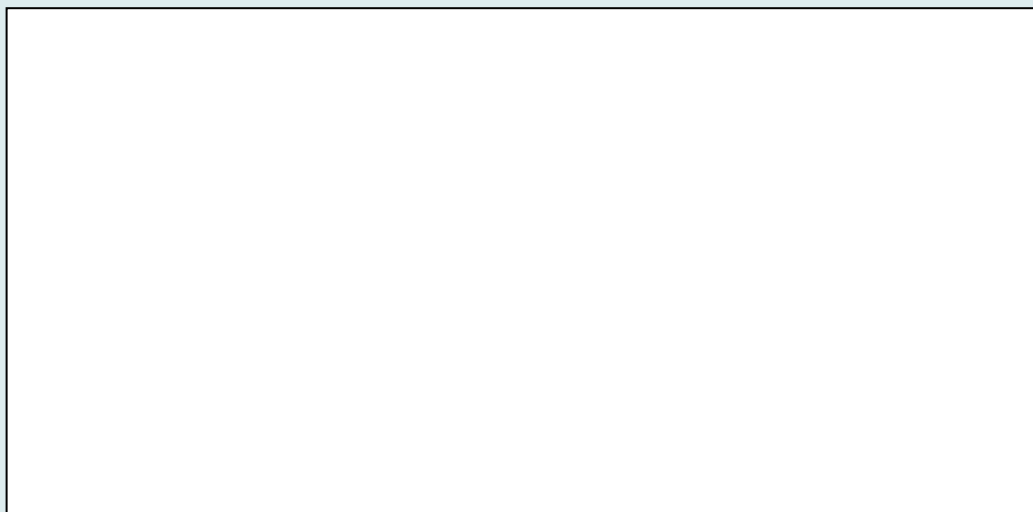
Fig. 17 – Rua 4, Espinho (2019) (Fonte: Autor)



Fig. 18 – Rua 4, Espinho (2019) (Fonte: Autor; Editado por: Autor, 2019)

1.3. Desenhe uma linha do horizonte e defina o seu ponto de fuga. De seguida, desenhe três cubos, cada um visto de uma perspetiva diferente.

(Dica: objetos desenhados acima do horizonte dão a ideia de que está a olhar por debaixo deles; objetos desenhados abaixo do horizonte dão a ideia que está a olhar acima deles).



TAREFA 2

Pinte a seguinte paisagem através de uma perspetiva de cor. (dica: use cores mais escuras no primeiro plano, tons médios no centro, e no plano de fundo tente aplicar um tom desbotado de azul).

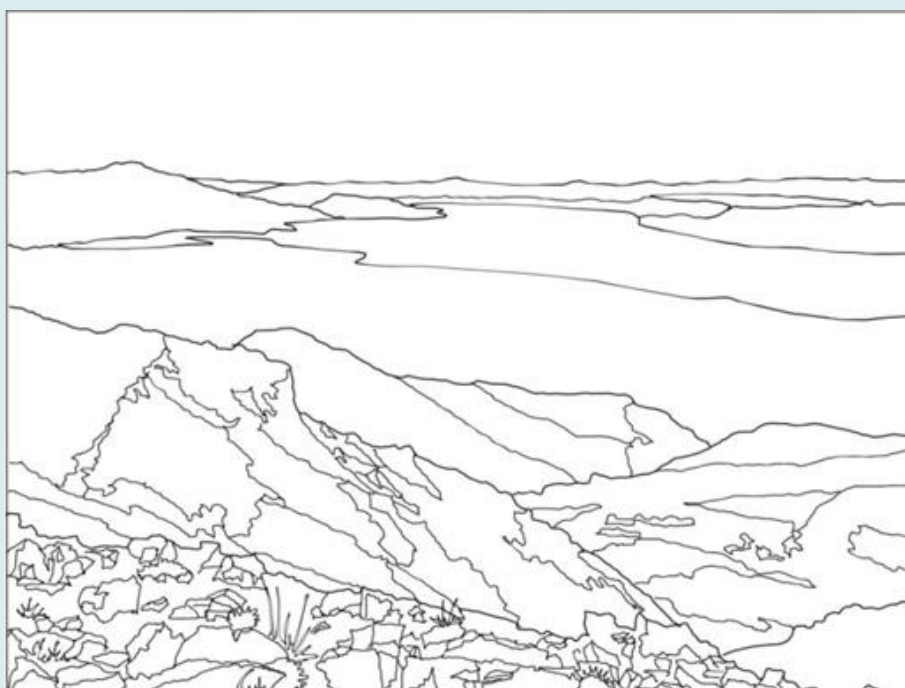


Fig. 19 – Modelo para Prática de Perspetiva de Cor, de Erica Christensen
(Fonte: <https://concepts.app/s/5aa9aa3c-529b-4875-91d3-e1a2366d299b>)

 TAREFA 3

A Perspetiva pode ser representada em ilustrações através do uso de cores ou da técnica de Perspetiva Linear.

3.1 Indique, de entre os seguintes quadros, os que melhor representam a Perspetiva de Cor, Perspetiva Linear, ambos ou nenhum.



Fig. 20 – “O Chamamento dos Apóstolos Pedro e André” (1370), de Lorenzo Veneziano (Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:15_Lorenzo_Veneziano,_Calling_of_the_Apostles_Peter_and_Andrew,_1370_Staatliche_Museen,_Berlin..jpg)



Fig. 21 – “Mona Lisa” (1503), de Leonardo da Vinci (Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Mona_Lisa)



Fig. 22 – “A Cura do Aleijado e a Ressurreição de Tabitha” (1424), de Masolino da Panicale (Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cappella_brancacci,_Guarigione_dello_storpio_e_resurrezione_di_Tabita_\(restaurato\),_Masolino.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cappella_brancacci,_Guarigione_dello_storpio_e_resurrezione_di_Tabita_(restaurato),_Masolino.jpg))

TAREFA 4

Dada a fórmula de Euler “ $F + V = A + 2$ ” (onde F= faces, V = vértices, A = arestas), preencha a tabela seguinte:

Sólido platónico	Número de faces (F)	Número de vértices (V)	Número de arestas (A)	F + V	A + 2
Hexaedro	6	8	12	14	14
Tetraedro					
Octaedro					
Dodecaedro					
Icosaedro					

TAREFA 5

Observe as seguintes planificações de poliedros:

5.1 Que hexaedro corresponde a cada planificação?

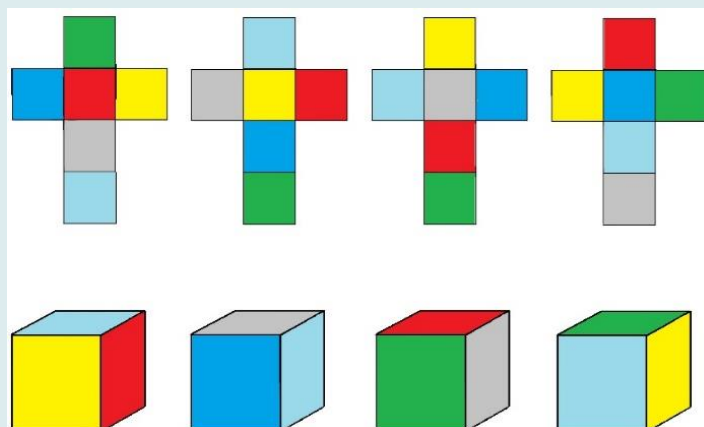


Fig. 23 – Planificação de um Cubo (Fonte: Autor)

5.2 Desenhe um círculo nas planificações que correspondem a poliedros platónicos:

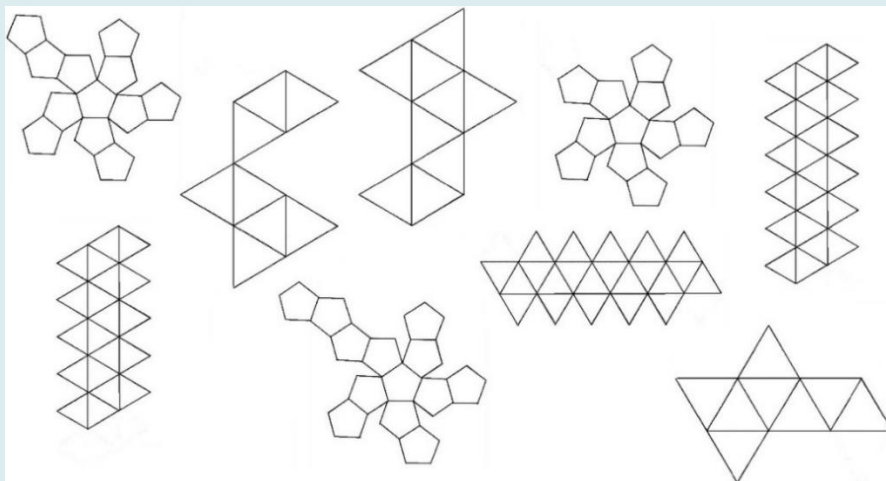


Fig. 24 – Planificação de Poliedros (Fonte: Autor)

INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Poliedros

<https://www.atractor.pt/mat/Polied/>

Poliedros Virtuais, de George W. Hart [Inglês]

<http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/vp.html>

Vídeo Interativo acerca de Perspetiva Linear

<https://pt.khanacademy.org/humanities/art-history-basics/tools-understanding-art/v/how-one-point-linear-perspective-works>

Presença de Perspetiva Linear em quadros ao longo dos tempos [Inglês]

<http://headforart.com/2016/07/01/linear-perspective/>

Perspetiva Linear com 1 ponto de fuga, de Magaly Gouveia

<https://www.amopintar.com/perspectiva-com-um-ponto-de-fuga/>

Poliedros de Leonardo da Vinci

<http://jonasportal.blogspot.com/2010/03/os-poliedros-de-leonardo-da-vinci.html>

Perspetiva Atmosférica (aérea), de Magaly Gouveia

<https://www.amopintar.com/perspectiva-atmosferica/>

Relação de Euler, de Christian Tardem

<https://www.atractor.pt/simetria/matematica/docs/Euler.html>