



**PARTE II: Música e  
Matemática**

**FAIXA ETÁRIA: 16 – 18**

---



**UNIDADE 24: PITÁGORAS E  
A SUA MÚSICA MATEMÁTICA**

---

Sandgärdskolan



## Guia do Professor

**Título:** Pitágoras e a sua música matemática

**Faixa Etária:** 16 – 18 anos

**Duração:** 2 horas

**Conceitos Matemáticos:** equações, álgebra, números irracionais

**Conceitos Artísticos:** música grega antiga, harmonia

**Objetivos Gerais:** descobrir os conceitos matemáticos ocultos nas composições musicais e ver que a harmonia (ou o que consideramos harmonioso na parte ocidental do mundo) pode ser explicada em termos matemáticos.

**Instruções e Metodologias:** esta unidade faculta ideias para fazer música simples em sala de aula e fazer com que os alunos vejam que tons diferentes vibram em comprimentos diferentes.

**Recursos:** fotografias, glossário, vídeos

**Dicas para o professor:** aprender fazendo provou ser muito eficiente, especialmente com jovens alunos com menos tempo de atenção e dificuldades de aprendizagem. Não se esqueça de explicar sempre para que serve cada conceito da matemática na prática.

**Objetivos de aprendizagem e competências:** no final desta unidade, o aluno será capaz de:

- o Entender a parte e o todo
- o Conhecer a pessoa por trás do teorema de Pitágoras.

### Síntese e Avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado acerca desta atividade:	1. 2. 3.
Indique 2 conceitos que tenha aprendido:	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar:	1.

## Introdução



**Fig. 1 – Pitágoras**

(Fonte: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>)

O filósofo e matemático grego Pitágoras, que se diz ter vivido por volta de 500 aC, provavelmente é mais conhecido pelo seu teorema: o quadrado da hipotenusa (o lado oposto ao ângulo reto) é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados num triângulo retângulo.

3



**Fig. 2 – Bigorna**

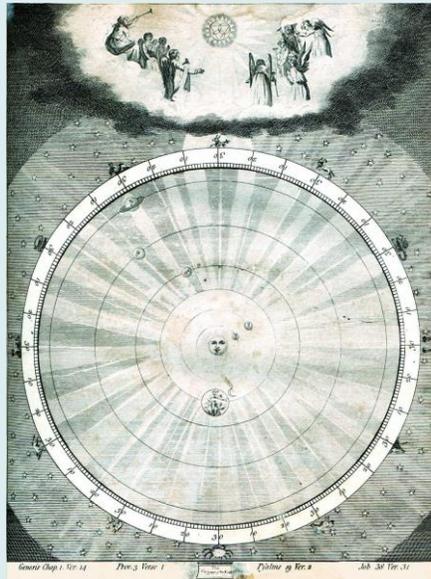
(Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blacksmith\\_anvil\\_hammer.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blacksmith_anvil_hammer.svg))

Pitágoras, no entanto, também descobriu que as notas musicais podem ser descritas em termos de equações. Segundo a lenda, ele entrou no ferreiro, onde ouviu o som do martelo batendo na bigorna. Ele pensou que os tons eram harmoniosos e bonitos a princípio, mas depois de um tempo percebeu que um dos tons não era. Parecia falso.

Pitágoras correu para a loja e começou a testar os diferentes martelos para ver o que causava os tons limpos e dissonantes. Ele descobriu que a única coisa que parecia causar um tom diferente era o tamanho do martelo (e não a força da pancada contra a bigorna ou a força ou o tamanho do ferreiro). Ele tomou isso como evidência de uma teoria que afirmava que a música poderia ser explicada em termos de equações matemáticas. Mais tarde, descobriu-se que ele estava errado em relação ao martelo, à bigorna e ao peso do martelo, mas que a teoria estava correta para o comprimento das cordas em instrumentos de uma corda (<https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>).

## Harmonia

Pitágoras determinou que todo conceito matemático pudesse ser explicado em termos de uma equação. Um de seus discípulos, Híppasos, tentou descobrir que determinaria a raiz quadrada de 2, mas não pôde e considerou que isso era uma prova de que esse era um número irracional. Pitágoras ficou tão irritado por ter se provado que estava errado que condenou o pobre jovem à morte por afogamento.



**Fig. 3 – Harmonia no mundo**

(Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Harmonyoftheworld.jpg>)

Outra maneira de considerar a ligação entre a música e a matemática pode ser vista na filosofia que afirma que o mundo pode ser entendido como estando em harmonia. É chamado de música das esferas. É o sol, a lua e a terra que devem estar em harmonia, caso contrário a ordem é interrompida. Os corpos em órbita produzem "música" (no significado antigo, como na música, não necessariamente significando música audível). A música das esferas manifesta-se em números, ângulos visuais, formas e sons - todos ligados dentro de um padrão de proporção.

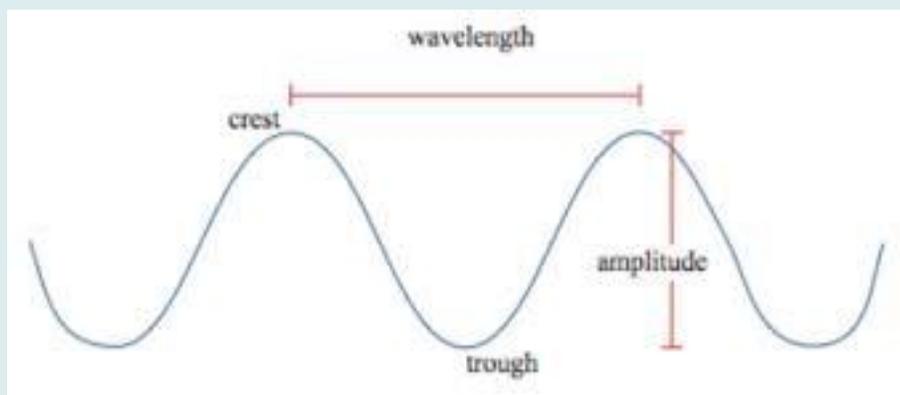
## Glossário

**Triângulo retângulo:** um triângulo em que um dos ângulos é  $90^\circ$  e a soma dos outros dois ângulos também é  $90^\circ$

## A Matemática por trás da Harmonia

A teoria do comprimento das cordas que Pitágoras estava, de certa forma, a caminho de descobrir pode ser descrita de certo modo como segue. Quando você tem uma corda de um certo comprimento e com uma certa tensão (a força usada para endireitá-la) e depois usa a metade exata da corda, com a mesma tensão, obtém um tom que vibra com o dobro do Hertz (quantidade de oscilações). Uma vez que as notas musicais podem ser descritas em termos de oscilações, existe uma ligação.

6



**Fig. 4 – Crista através da amplitude do comprimento de onda**

(Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Crest\\_trough\\_wavelength\\_amplitude.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Crest_trough_wavelength_amplitude.png))

O comprimento de onda é a distância entre as ondas sonoras na sala onde ocorrem as ondas espaciais. O comprimento de onda de um tom em metros é a velocidade do som (cerca de 340 metros por segundo) dividida pela frequência em hertz. Frequência é o número de ocorrências de um evento repetido por unidade de tempo. A menor frequência audível (para um ser humano) tem um comprimento de

onda de  $340/15 = 22,7$  metros. A frequência audível mais alta tem um comprimento de onda de  $340/20000 = 0,017$  metros, ou seja, 17 milímetros. O pilar de ar de um instrumento de sopro geralmente tem um comprimento correspondente à metade do comprimento de onda de sua raiz (tom mais baixo possível).

## Physics of sound

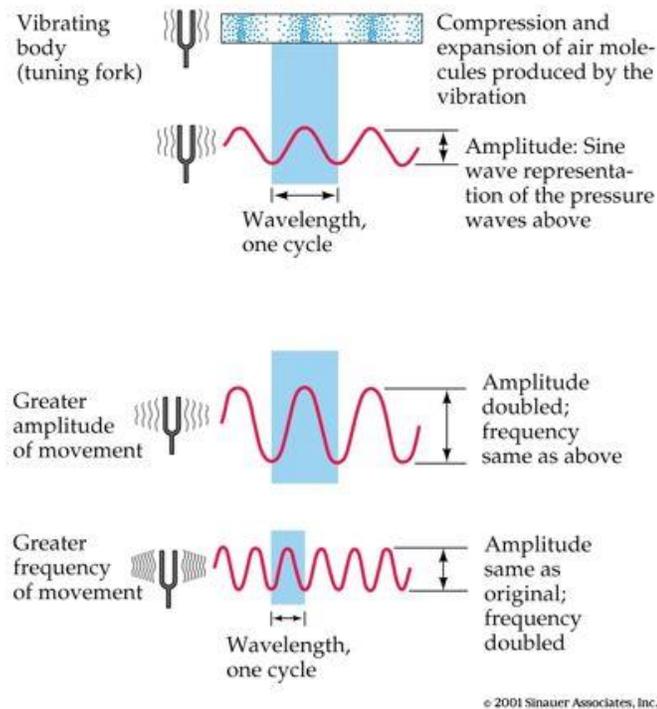


Fig. 5 – Física do som

(Fonte: <https://www.cns.nyu.edu/~david/courses/perception/lecturenotes/ear/sound%20slides/Slide2.jpg>)

## TAREFAS

### TAREFA 1

**Crie o seu próprio instrumento musical e faça uso da teoria do comprimento das cordas de Pitágoras.**

1. Alinhe oito copos ou garrafas de vidro numa mesa numa linha reta.
2. Encha-os com várias quantidades de água. Por exemplo, 0,25 dl, 0,5 dl, 0,75 dl, 1 dl e assim por diante. Se quiser, adicione um pouco de cor à água.
3. Bata em cada frasco cuidadosamente com uma colher pequena.
4. Organize os frascos na ordem do tom mais alto para o mais baixo. Se dois deles parecerem muito semelhantes, adicione ou retire um pouco de água até obter o som que deseja. Se desejar, use um diapasão para ver qual tom conseguiu.
5. Crie uma música com a batida nas garrafas e convide amigos para um espetáculo.
6. Qual é a ligação entre tom e quantidade de água? Tons altos significam comprimentos de onda curtos ou longos?

8

### TAREFA 2

**Use o mesmo instrumento das garrafas e compare quando bate nas garrafas e quando sopra nelas. Toque “Twinkle twinkle little star”. Tente tocá-la soprando nas garrafas e batendo nelas. Por é que existe uma diferença?**

### TAREFA 3

**O comprimento de onda do tom é 4 vezes a distância da boca à superfície da água, uma onda de 1/4 de parte é formada na garrafa!**

**Sabendo que comprimento de onda =  $\frac{340 \text{ (m/s)}}{\text{frequência}}$ , qual é a frequência nas suas garrafas?**

**Qual é a frequência nas suas garrafas? Observe que os tons não ficam completamente claros devido ao formato da garrafa.**

## INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Teorema de Pitágoras

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_de\\_Pit%C3%A1goras](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pit%C3%A1goras)

Afinação Pitagórica

[https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagorean\\_tuning](https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagorean_tuning)

Matemática e Música: Parte 1 (Português do Brasil):

<https://www.youtube.com/watch?v=ETPzsN-vgE8>

História da Música, Pitágoras e a escala musical:

<https://www.youtube.com/watch?v=JWwtVDjm3Ws>

Afinação Pitagórica [Philosophia Mūsicae: A Philosophy of Music] (Inglês):

<https://www.youtube.com/watch?v=ehmXCaj8-Ts>

A Matemática da Música – Teoria da Música em 2 Minutos (Inglês):

<https://www.youtube.com/watch?v=SOxawYt4yOU&feature=youtu.be>

A ligação entre a Matemática e a Música - Coma pitagórica (versão longa) (Inglês):

[https://www.youtube.com/watch?v=4-idkubp\\_Lw&feature=youtu.be](https://www.youtube.com/watch?v=4-idkubp_Lw&feature=youtu.be)