PARTE I: Arte e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 16 – 18

UNIDADE 12: ESPIRAL DE FIBONACCI NAS ARTES VISUAIS

Sandgärdskolan

TheArtOf Maths

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Guia do Professor

Título: Espiral de Fibonacci nas artes visuais

Faixa Etária: 16 – 18 anos

Duração: 2 horas

Conceitos Matemáticos: Sequência de Fibonacci

Conceitos Artísticos: Linha de beleza

Objetivos Gerais: aprender mais sobre as sequências de Fibonacci. Na unidade poderá ver como a observar na natureza e, assim, ser replicado nas artes

Recursos: esta unidade fornece imagens para usar na sua sala de aula. Os tópicos abordados nesses recursos também serão uma inspiração para encontrar outros materiais que possam ser relevantes para personalizar e dar cor à sua aula

Dicas para o professor: aprender fazendo provou ser muito eficiente, especialmente com alunos jovens com pouca atenção e dificuldades de aprendizagem. Não se esqueça de explicar sempre, na prática, para que serve cada conceito da matemática

Objetivos de aprendizagem e competências: Os métodos e atividades propostos ajudarão os seus alunos a entender a ideia da sequência de Fibonacci. Introduzirá o tópico de forma prática e permitirá que apliquem os conceitos de matemática aprendidos em aplicações da vida real e em aplicações artísticas.

Síntese e Avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado acerca desta atividade:	1. 2. 3.
Indique 2 conceitos que tenha aprendido:	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar:	1.

Introdução

Veja estes filmes:

https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=iEnR8zupK0A

https://www.youtube.com/watch?v=wTlw7fNcO-0

“Os nove números indianos são: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 e com esses nove dígitos e com o caracter 0 ... podem ser escritos todos os números."

É com estas palavras, que Leonardo Fibonacci inicia o seu livro Liber Abaci, 1202. É o primeiro livro que introduz os algarismos árabes na Europa! O pai de Fibonacci era um comerciante viveu algum tempo com a sua família no norte de África. Foi lá que Fibonacci começou a interessar-se por matemática. Ele aprendeu a usar os algarismos árabes, que são a base das figuras que usamos hoje com os seus professores de árabe. Os algarismos árabes eram muito mais fáceis de contar do que as figuras romanas que ainda usamos na Europa. Fibonacci trabalhou em Pisa no século 13 e é considerado um dos matemáticos mais importantes.

A Sequência de Fibonacci

A sequência à qual foi dado o nome após Fibonacci surgiu, inicialmente, do seguinte problema:

Num pátio fechado coloca-se um casal de coelhos. Supondo que em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal dá origem a um novo casal de coelhos, ao fim de um ano, quantos casais de coelhos estão no pátio?

No início do primeiro mês, há M (1) = 1 par de coelhos. Como demorou um mês para que eles se pudessem reproduzir, também mantem-se, ou seja, M (2) = 1 par de coelhos no início do mês. No terceiro mês, o casal de coelhos terá um novo par de coelhos, M (3) = 2 pares de coelhos. No próximo mês, o casal de coelhos original terá um novo casal de bebês, enquanto o outro casal de coelhos não terá nada neste mês, M (4) = 3 pares de coelhos. No quinto mês os dois primeiros pares de coelhos dão à luz novos pares de coelhos, daí M (5) = 5 pares de coelhos, M (6) = 8 pares de coelhos, M (7) = 13 pares de coelhos e assim por diante.

Na sequência, obtém o próximo dígito adicionando os dois dígitos anteriores, 3 + 5 = 8,

5 + 8 = 13 ...

Na natureza, pode encontrar os números de Fibonacci em diferentes contextos. Olhando para uma pinha de abeto ou pinheiro a partir da base (o ponto de fixação), as escamas da pinha formam espirais no sentido horário e anti-horário. Se a pinha não for partida, o número de espirais na pinha é igual aos números de Fibonacci 5, 8 ou 13.

As sementes num girassol formam espirais no sentido horário e anti-horário e o número de espirais pode ser igual aos números 34, 55, 89, 144 e até 233 de Fibonacci.

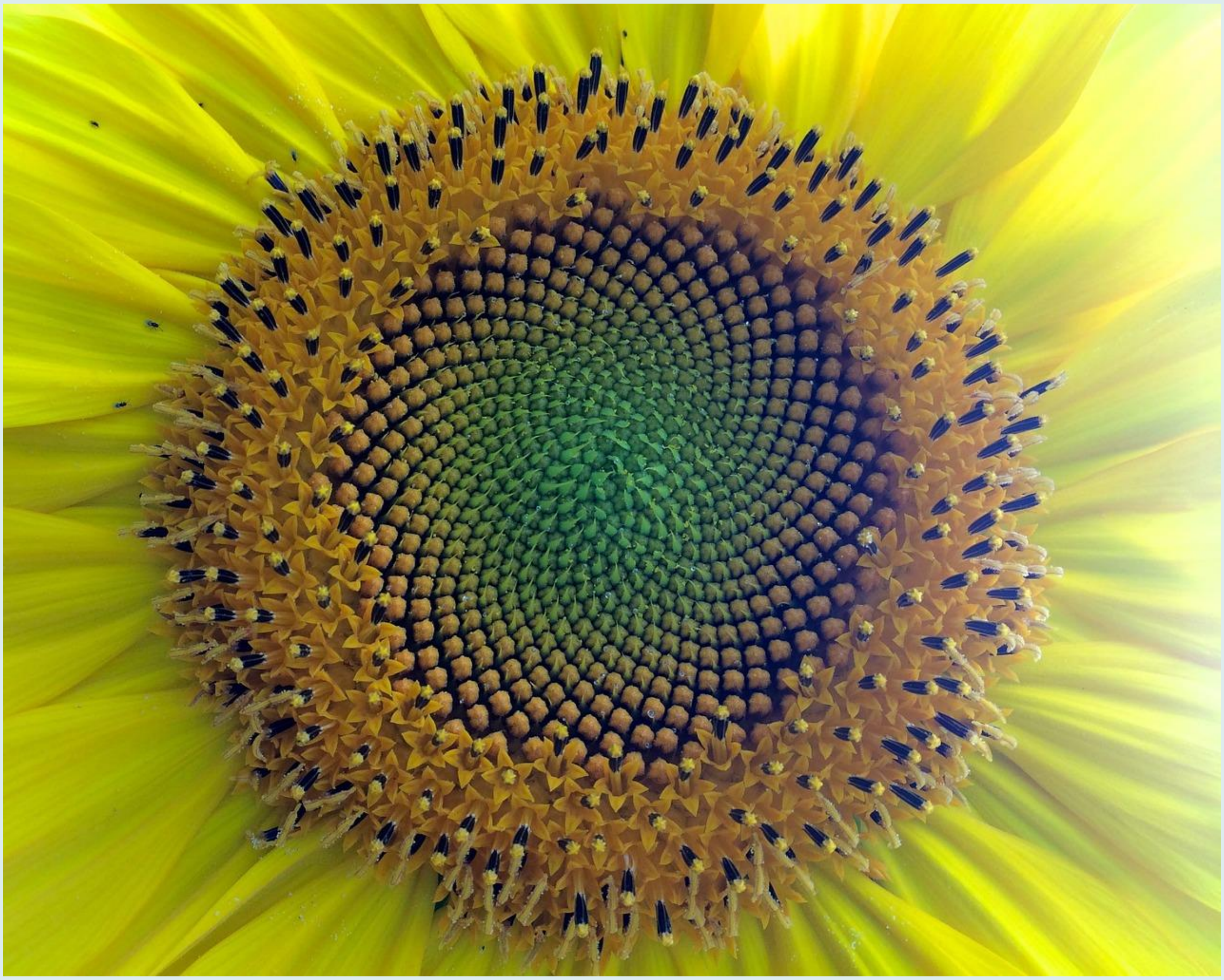
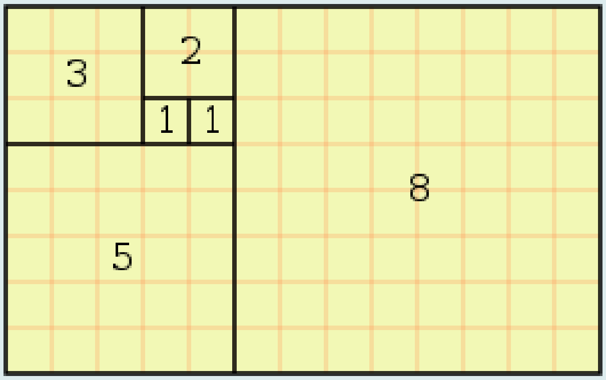


Figura 1: girassol (retirado de: https://www.needpix.com/photo/420789/sunflower-seeds-center-nature-sun-summer-grow-garden-yellow)

Se desenhar a sequência como quadrados, poderá desenhar a espiral de Fibonacci, essa espiral também pode ser encontrada na natureza.



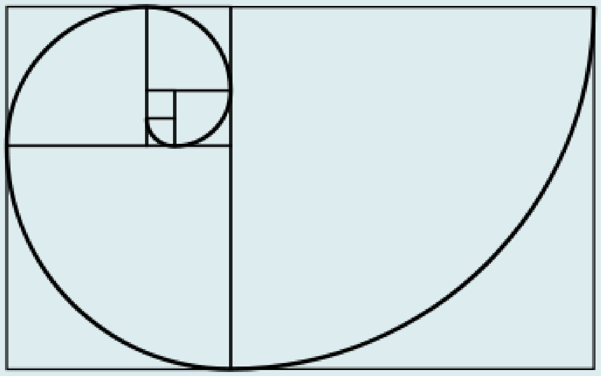


Figura 2: Blocos de Fibonacci (retirado de: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FibonacciBlocks.svg)

Figura 3: Espiral de Fibonacci (retirado de: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fibonacci_spiral_13.svg)

Por exemplo, em conchas em espiral e em galáxias!

Figura 4: Concha (retirado de: *https://en.wikipedia.org/wiki/File:NautilusCutawayLogarithmicSpiral.jpg*)

Figura 5: Galáxia (retirado de: *https://www.flickr.com/photos/gsfc/14172908657*)

O apoio da Comissão Europeia à produção desta unidade não constitui um aval do seu conteúdo, que reflete unicamente o ponto de vista dos autores, e a Comissão não pode ser considerada responsável por eventuais utilizações que possam ser feitas com as informações nela contidas.

A Matemática por trás da sequência de Fibonacci

A sequência de Fibonacci é um exemplo de uma sequência recursiva. Uma sequência recursiva é uma sequência de números em que cada número pode ser obtido usando um ou mais dos números anteriores. Se F_n é o n-ésimo termo de Fibonacci:

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Também temos dois valores iniciais:

$$F_1=1 \text{ and } F_2=1$$

Há outra sequência chamada sequência de Lucas, que é definida usando a mesma fórmula de recursão, como a sequência de Fibonacci,

$$L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$$

No entanto, os valores iniciais da sequência de Lucas diferem da sequência de Fibonacci, sendo:

$$L_1=1 \text{ and } L_2=3$$

Desse modo, os primeiros números na sequência de Lucas são: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29…

TAREFAS

Leia o problema do coelho novamente.

TAREFA 1

1. Quantos pares de coelhos existem no início do sétimo mês? (M = 7)

2. Quantos pares de coelhos existem depois de um ano, logo depois do nascimento dos primeiros pares de coelhos? (M = 12)

3. Quanto é M (25), quando M (21) = 10946 e M (23) = 28657?

TAREFA 2

O problema da escadaria novamente

Pode subir um lanço de escadas de modo a subir o primeiro degrau (passo 1), mas a partir daqui pode optar por subir um ou dois degraus ao mesmo tempo. Portanto, o próximo passo leva-o ao segundo ou terceiro degrau na escada.
De quantas maneiras diferentes pode subir o lanço de escadas, se a quantidade de degraus for: a) 3, b) 4, c) 10, d) 20?
Pode resolver o problema da escada digitalmente, por exemplo, Python ou Java.
Para 20 passos é necessário quase…

O apoio da Comissão Europeia à produção desta unidade não constitui um aval do seu conteúdo, que reflete unicamente o ponto de vista dos autores, e a Comissão não pode ser considerada responsável por eventuais utilizações que possam ser feitas com as informações nela contidas.

INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Uma explicação adicional sobre a sequência de Fibonacci e a proporção áurea.

https://www.mathsisfun.com/numbers/fibonacci-sequence.html

Wikipedia sobre a sequência de Fibonacci.

https://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci_number

Codificação do problema da escada.

https://www.dailycodingproblem.com/blog/staircase-problem/

Codificação do problema da escada.

https://www.geeksforgeeks.org/count-ways-reach-nth-stair/